Aufbau einer Apparatur zur Charakterisierung von phasenmodulierten hochintensiven Laserpulsen in Luft

Diplomarbeit

Friedrich-Schiller-Universität Jena Physikalisch-Astronomische Fakultät



eingereicht von Alexander Sävert geboren am 07. September 1981 in Karl-Marx-Stadt

- 1. Gutachter: Prof. Dr. Roland Sauerbrey
- 2. Gutachter: Prof. Dr. Falk Lederer

Für Finn Anders, geboren am 12.10.2004

Inhaltsverzeichnis

1	Ein	leitung	4
2	Ausbreitung von ultrakurzen hochintensiven Pulsen in Luft 5		
	2.1	Polarisation und nichtlineare optische Suszeptibilität	5
	2.2	Der nichtlineare Brechungsindex	6
	2.3	Nichtlineare Absorption	6
	2.4	Filamentbildung	9
		2.4.1 Kritische Leistung	10
		2.4.2 Erklärungsmodell der scheibchenweisen Selbstfokussierung	10
	2.5	Selbstphasenmodulation und Weißlicht-Erzeugung	15
	2.6	Konische Emission	17
3	For	mung von ultrakurzen Laserpulsen	21
	3.1	Flüssigkristallmodulatoren	21
	3.2	Optimierungs-Algorithmen	22
4	Cha	arakterisierung von ultrakurzen optischen Pulsen	23
	4.1	Intensitätsautokorrelation	23
	4.2	Frequenz-aufgelöste Korrelation	25
		4.2.1 Fehlerquellen bei der FROG-Messung	26
	4.3	Aufbau des kHz-Systems	28
	4.4	Der Impulsformer	30
	4.5	Voruntersuchungen	30
	4.6	Impulsformung nach Verstärkung	34
	4.7	Impulsformung vor Verstärkung	35
5	Me	ssung der kritischen Leistung in Luft	36
	5.1	Experimenteller Aufbau	36
	5.2	Ergebnisse	38
6	Ein	fluss von phasenmodulierten Laserpulsen auf die spektrale	
	For	mung von Superkontinua	41
	6.1	Theoretische Vorüberlegungen	41
		6.1.1 Einfluss des kubischen Phasenterms $\ldots \ldots \ldots \ldots$	43
		6.1.2 Einfluss der quadratischen und biquadratischen Phasen-	
		terme	43

	6.2	Experimenteller Aufbau	45
	6.3	Formung des Superkontinuums durch evolutionäre Algorithmen .	48
7	Einf	fluss der Phasenmodulation auf das räumliche Strahlprofil	
	der	Weißlicht-Laserpulse	54
8	Zus	ammenfassung	57
Α	Line	eare Pulsausbreitung	64
В	Krit	tische Leistung für einen kontinuierlichen Strahl	66

1 Einleitung

Die Ausbreitung von hochintensiven femtosekunden Laserpulsen in Luft wird seit Mitte der 1990er Jahre untersucht [1–5]. Aufgrund des optischen Kerr-Effekts kommt es zur Selbstfokussierung des Laserpulses und damit zur Erhöhung der Intensität. Diese wird durch die defokussierende Wirkung des erzeugten Elektronenplasmas, welches durch Photoionisation der Luftmoleküle entstanden ist, begrenzt (bei Laserpulsen im Nahinfraroten auf ca. $5 \cdot 10^{13}$ W/cm² [6]). Dabei bilden sich Plasmakanäle, so genannte Filamente, aus. Deren Durchmesser liegt in der Größenordnung von 100 μ m, wobei die Ausbreitungslänge von einigen Metern [1] bis hin zu mehreren Kilometern [4] reichen kann. In diesen Filamenten kommt es zu einer sehr starken spektralen Verbreiterung des Laserlichtes. Damit ergibt sich die Anwendung in der Laserfernerkundung (LIDAR) der Atmosphäre [7]. Zukünftige Anwendungen sind auf dem Gebiet der Blitzableitung [8] und im militärischen Bereich bei der Raketenabwehr denkbar.

Da die Ausbreitung der Filamente in Luft sehr stark von den räumlichen und zeitlichen Eigenschaften der verwendeten Laserimpulse abhängt, wurde dessen gezielte Beeinflussung im Rahmen der DFG-Forschergruppe "Nichtlineare raum-zeitliche Dynamik in dissipativen und diskreten optischen Systemen" am Institut für Optik und Quantenelektronik untersucht. In dieser Arbeit steht die zeitliche Formung der Laserpulse im Vordergrund. In bisherigen Experimenten [9] und Simulationen [10] wurde der Laserpuls nur durch positives oder negatives zeitliches Strecken beeinflusst. Dies kann an einem Lasersystem, welches nach dem Prinzip der Chirped Pulse Amplification [11] arbeitet, durch Variation des Abstandes der optischen Gitter im Pulskompressor geschehen. Damit kann z.B. der Ort an dem die Filamentbildung einsetzt verschoben werden. Eine weitere zeitliche Beeinflussung der Form des Laserpulses ist jedoch nicht so ohne weiteres möglich. Unter Verwendung eines Impulsformers können dagegen selbst komplizierte Impulsformen erzeugt werden. In einem begrenzten Parameterraum können neben dem Startpunkt der Filamentbildung auch die Länge und das in Propagationsrichtung abgestrahlte Spektrum variiert werden. Die entsprechenden Resultate sind in Kapitel 6.3 dargestellt. Diese können einen Ausgangspunkt für weitere theoretische Berechnungen darstellen.

2 Ausbreitung von ultrakurzen hochintensiven Pulsen in Luft

In diesem Kapitel werden einige der linearen und nichtlinearen Prozesse beschrieben, die für die Ausbreitung von hochintensiven Laserpulsen in gasförmigen Medien wichtig sind. Von zentraler Bedeutung ist hierbei der Brechungsindex, der bei hohen Laserfeldern eine intensitätsabhängige Komponente zeigt. Des weiteren kommt es durch Multiphotonenprozesse zur Absorption von infraroter Strahlung in normalerweise transparenten Medien. Es folgt die Darstellung eines Modells der Filamentbildung und der Ursachen für die starke Verbreiterung des Spektrums. Abschließend wird eine Übersicht über die Formung von femtosekunden Laserpulsen gegeben. Eine aktuelle Übersicht Thema Filamentbildung und Weißlicht-Erzeugung, auf die sich dieses Kapitel stützt, ist in [12] gegeben.

2.1 Polarisation und nichtlineare optische Suszeptibilität

Die Grundlage der Ausbreitung elektromagnetischer Wellen bilden die Maxwell-Gleichungen. Die Wechselwirkung der Wellen mit einem Medium ist dabei durch die Polarisation gekennzeichnet. Im linearen Fall, d.h. wenn die Laserintensität kleiner als 10⁹ W/cm² ist, kann man die Polarisation \vec{P} in Näherung durch

$$\vec{P}^{(1)}(\vec{r},\omega) = \epsilon_0 \chi^{(1)}(\vec{r},\omega) \vec{E}(\vec{r},\omega)$$

mit $\chi = \epsilon - 1$ (ϵ : Dielektrizitätskonstante des Mediums) beschreiben. Der Koeffizient χ wird als optische Suszeptibilität bezeichnet und $\chi^{(1)}$ stellt dabei den linearen Anteil dar. Der Brechungsindex ergibt sich zu

$$n_0 = \sqrt{1 + \chi^{(1)}}.$$

Im Falle höherer Laserintensitäten ist die lineare Näherung nicht länger gültig. Die nichtlineare Abhängigkeit der Polarisation vom elektrischen Feld kann als Potenzreihe dargestellt werden [13]. Zur Verbesserung der Übersichtlichkeit wurden die Abhängigkeiten weggelassen.

$$\vec{P} = \vec{P}^{(1)} + \vec{P}^{(2)} + \vec{P}^{(3)} + \vec{P}^{(4)} + \dots$$

$$\vec{P} = \epsilon_0[\chi^{(1)}\vec{E} + (\chi^{(2)}\vec{E})\vec{E} + ((\chi^{(3)}\vec{E})\vec{E})\vec{E} + \dots]$$
(2.1)

Der Zusammenhang vereinfacht sich in isotropen Medien wie z.B. Gasen, Flüssigkeiten und einigen Kristallen. Hier gilt, dass bei wechselndem Vorzeichen des $\vec{E}\text{-}{\rm Feldes}$ sich auch das Vorzeichen der Polarisation \vec{P} ändern muss. Daraus folgt für die zweite Ordnung der Polarisation

$$-\vec{P}^{(2)} = \epsilon_0(\chi^{(2)}(-\vec{E}))(-\vec{E}) = \epsilon_0(\chi^{(2)}\vec{E})\vec{E} = \vec{P}^{(2)}$$

und damit

$$\chi^{(2)} = 0.$$

Dies gilt analog für alle höheren geraden Ordnungen.

2.2 Der nichtlineare Brechungsindex

Für moderate Laserintensitäten in inversionssymmetrischen Medien kann die Entwicklung der Polarisation in Gleichung 2.1 nach der dritten Ordnung abgebrochen werden. Da das Material isotrop ist, sind \vec{P} und \vec{E} parallel und eine skalare Darstellung ist möglich.

$$P = \epsilon_0(\chi^{(1)}E + 3\chi^{(3)}|E|^2E) \equiv \epsilon_0\chi_{eff}E$$
(2.2)

Wenn der nichtlineare Anteil des Brechungsindex n_2 klein gegen $1 + \chi^{(1)}$ ist, gilt für den Brechungsindex n

$$n = n_0 + n_2 I$$
 mit $n_2 = \frac{3}{4} \frac{\chi^{(3)}}{n_0^2 c \epsilon_0}$ und $I = \frac{1}{2} n_0 c \epsilon_0 |E(t)|^2$. (2.3)

Dabei ist I die Intensität des Pulses und c die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum. Diese Abhängigkeit des Brechungsindex von der Intensität wird auch als optischer Kerr-Effekt bezeichnet.

Bis Mitte der 1990er Jahre wurde der Wert $n_2 = 5, 6 \cdot 10^{-19} \text{ cm}^2/\text{W}$ angenommen (Penningtion et al. [14], Shimoji et al. [15]) . Dieser wurde mit Hilfe von Nanosekundenpulsen gemessen und ist, wie neuere Untersuchungen gezeigt haben (1997 Nibbering et al. [2]) zu hoch. Mit Pulsen um die 100 fs wurde der Wert $n_2 = 3 \cdot 10^{-19} \text{ cm}^2/\text{W}$ bestimmt. Die Ursachen für diesen Unterschied werden in Kapitel 2.4.1 erläutert.

Der nichtlineare Anteil des Brechungsindex verursacht die Selbstfokussierung und die Selbstphasenmodulation, die in den folgenden Kapiteln besprochen werden sollen.

2.3 Nichtlineare Absorption

Die Photoionisation bezieht sich auf eine direkte Ionisierung durch das Laserfeld selbst. In Abhängigkeit von der Wellenlänge und der Intensität des Lasers existieren zwei verschiedene Prozesse der Photoionisation, die Multi-Photonen-Ionisation und die Tunnelionisation.

Für starke Laserfelder und große Wellenlängen liegt der Photoionisation der Tunneleffekt zugrunde. Das elektrische Feld des Lasers erniedrigt das Coulomb-Potential, welches das Valenzelektron an den Atomkern bindet. Ist das elektrische Feld sehr stark, wird die Barriere soweit herabgesetzt, dass das Elektron durch die kurze Barriere tunneln kann und quasi-frei wird. Dies ist schematisch in Abbildung 2.1 links gezeigt.



Abbildung 2.1: Verschiedene Vorgänge zur Ionisation durch starke Laserfelder nach Keldysh, zur Unterscheidung wird der Keldysh-Paramter γ herangezogen. (nach [16])

Für kleinere Laserwellenlängen (aber nicht so klein, dass Einzelphotonenabsorption erfolgen kann) wird die nichtlineare Absorption mit der simultanen Absorption von mehreren Photonen beschrieben (Abbildung 2.1 rechts und Abbildung 2.2). Bei einer Mittenwellenlänge $\lambda_0 = 800$ nm und mit der Anzahl der



Abbildung 2.2: Prinzip der Multi-Photonen-Ionisation in Luft

Photonen m sind nach

$$m \cdot h\nu > E_{ion}$$

mindestens 8 Photonen für die Ionisation des Sauerstoffs und mindestens 11 für die des Stickstoffs erforderlich.

Der Übergang zwischen Multi-Photonen-Ionisation und Tunnelionisation wurde

von Keldysh in [17] beschrieben . Der Keldysh-Parameter γ ist definiert durch

$$\gamma = \frac{\nu}{e} \sqrt{\frac{m_e cn\epsilon_0 E_{ion}}{I}} \tag{2.4}$$

wobei ν die Laserfrequenz und I die Intensität im Fokus ist. m_e und e sind die Masse und die Ladung des Elektrons, c ist die Lichtgeschwindigkeit, n ist der Brechungsindex des Materials, E_{ion} ist die Ionisierungsenergie und ϵ_0 die Dielektrizitätskonstante des Vakuums. Ist der Keldysh-Parameter sehr viel größer (kleiner) 1,5, dann erfolgt die Photoionisation durch Multi-Photonen- (Tunnel-) Prozesse. Liegt der Parameter im mittleren Bereich, nimmt das Elektron nicht die gesamte Ionisierungsenergie in Form von Photonen auf, sondern gelangt schließlich durch Tunneln aus dem Coulomb-Potential heraus.

Aus der Keldysh-Theorie ergibt sich die Multi-Photonen-Ionisationsrate zu

$$R_{MPI} = \sigma_m I(t)^m, \tag{2.5}$$

wobei σ_m der Multi-Photonen-Absorptionskoeffizient für die m-Photonen Absorption ist. Dieser Zusammenhang ist für Intensitäten bis ~ 10^{13} W/cm² gültig. Bei höheren Intensitäten trägt auch die Tunnelionisation zur nichtlinearen Absorption bei [17]. Mit femtosekunden-Laserpulsen sind Intensitäten von mehr als 10^{14} W/cm² in Luft möglich. Der bedeutendste Anteil der Einfachionisation findet jedoch in dem Intensitätsbereich von $10^{13} - 10^{14}$ W/cm² statt. In diesem Bereich ist es möglich eine der Gleichung 2.5 ähnliche Formel aus der allgemeineren Perelomov-Popov-Teren'ev Theorie [18] abzuleiten, wenn man den Parameter σ_m entsprechend anpasst.

Wird nun in Gleichung 2.4 λ =800 nm, E_{Ion}=15 eV und I=5 · 10¹³ W/cm² gesetzt, ergibt sich der Keldysh-Parameter zu $\gamma \sim 1$. Dies bedeutet, dass beide Ionisationsprozesse beteiligt sind. Bestätigt wird dies durch Simulationen in [6] (siehe Abbildung 2.3). Aus dem Anstieg der Geraden kann man die Ordnung m des Prozesses ablesen. Diese ist $\approx 7,5$ für Stickstoff und $\approx 6,5$ für Sauerstoff bei Intensitäten $< 10^{14}$ W/cm². Diese Werte sind kleiner als die, die bei reiner Multi-Photonen-Ionisation (11 und 8) erwartet werden, was ein Indiz für das Auftreten von Tunnelionisation ist.

Für genauere Rechnungen muss zusätzlich noch die Kaskadenionisation von Sauerstoff berücksichtigt werden [19]. Die freien Elektronen werden hierbei durch inverse Bremsstrahlung beschleunigt und können somit andere Atome durch Stöße ionisieren.



Abbildung 2.3: Tunnelionisationrate der N_2 und O_2 Moleküle als Funktion der Laserintensität (doppellogarithmische Darstellung), berechnet mit dem PPT Modell nach Talepbour et al. (nach [6]).

2.4 Filamentbildung

Das Wort Filamentbildung ist etwas irreführend, auch wenn es oft benutzt wird. Es soll nicht bedeuten, dass sich der Laserpuls, im Falle der Bildung eines einzelnen Filamentes, selbst in eine lange, dünne Linie aus Licht (Filament) streckt oder verformt und es ist auch nicht die Ausbreitung des Selbstfokus entlang der Ausbreitungsachse gemeint.

Zur Beschreibung der Filamentbildung ist es zweckmäßig, in der Näherung der langsam veränderlichen Einhüllenden (engl. slowly varying envelope approximation, SVEA), bei der sich die Einhüllende eines Laserpulses langsamer ändert, als dessen Mittenkreisfrequenz ω_0 , den zeitlichen Verlauf des Laserpulses in gleich dicke Scheiben zu zerlegen. Jeder Selbstfokus kommt durch die Selbstfokussierung einer der verschiedenen Scheiben des Pulses zustande. Ein Filament ist die Vorstellung der Abfolge bewegter Selbstfoki, die von einem wenig intensiven Photonenreservoir umgeben sind. Der größte Anteil der Energie eines Pulses befindet sich innerhalb dieses Photonenreservoirs. Die Abfolge der Selbstfoki hinterlässt entlang des Weges eine schwach leuchtende und 100 μ m im Durchmesser dünne Plasmasäule. Das Plasma, welches innerhalb der Selbstfoki generiert wurde, bildet die Grundlage für eine lang anhaltende (verglichen mit der Dauer des Laserpulses) Stickstofffluoreszenz in Luft. Diese erscheint als kontinuierliche Linie.

2.4.1 Kritische Leistung

Wenn die natürliche Beugung des Laserpulses genau durch die Selbstfokussierung kompensiert wird, dann entspricht die Spitzenleistung des Pulses der *kritischen Leistung*. Für einen kontinuierlichen Strahl mit räumlichem und zeitlichem Gauß-Profil erhält man (siehe Anhang B) mit der Mittenwellenlänge λ_0

$$P_k = \frac{3,77\lambda_0^2}{8\pi n_2 n_0},\tag{2.6}$$

wobei dieser Zusammenhang auch erfolgreich auf gepulste Strahlen angewendet wird. Die kritische Leistung für die Selbstfokussierung ist somit invers proportional zum nichtlinearen Brechungsindex n_2 . Für Luft ist dieser nicht konstant. Er hängt von der Anwort des Mediums auf den Puls ab, welche im wesentlichen durch die induzierte Polarisation beschrieben wird. Wenn die Pulsdauer kleiner als 100 fs ist, ist nur die *instantane* elektronische Response (induzierte Polarisation durch reine elektronische Oszillationen) schnell genug, um zu der gesamten (linearer und nichtlinearer Anteil) Polarisation und damit zu dem nichtlinearen Brechungsindex n_2 beizutragen. Für Pulsdauern, bei denen die Wechselwirkungzeit größer als 100 fs ist, tragen die elektronische und die nukleare Response, welche auch Rotations- und Schwingungsbewegungen beinhaltet [20], zu einem größeren n_2 bei. Dies verringert die kritische Leistung. In Luft erhält man für P_k Werte von ca. 10 GW für Pulse kürzer als 100 fs und ca. 3 GW für Pulse länger als 100 fs mit λ_0 =800 nm.

2.4.2 Erklärungsmodell der scheibchenweisen Selbstfokussierung

Für die folgenden Ausführungen gilt die Annahme, dass der Laserpuls ohne Hilfe eines fokussierenden Elementes in Luft propagiert. Damit Selbstfokussierung stattfinden kann, darf das transversale räumliche Intensitätsprofil über der Wellenfront nicht beliebig sein. Zur Vereinfachung kann man den Laserpuls als ebenes Wellenpaket mit Gauß'schem Intensitätsprofil betrachten. Der zeitliche Verlauf des Laserpulses wird in gleich dicke Scheiben zerlegt. Im Folgenden wird die Ausbreitung der zentralen Scheibe des Pulses betrachtet.

Die Ausbreitung dieser Scheibe verläuft ähnlich zu der einer Wellenfront. Sind die Intensitäten im zentralen Bereich so hoch, dass der nichtlineare Kerr-Effekt nicht mehr vernachlässigt werden kann, ist der Brechungsindex in diesem durch $n = n_0 + n_2 I$ gegeben, während in den Randbereichen der Scheibe immer noch $n = n_0$ gilt. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Scheibe ist gegeben durch c/n. Somit breitet sich der zentrale Teil der Scheibe langsamer aus als der Rest und die Wellenfront nimmt eine konkave Form an (siehe Abbildung 2.4). Dies



Abbildung 2.4: Schematische Darstellung der Selbstfokussierung einer Scheibe eines femtosekunden Laserpulses in einem optischen Medium. Die ursprünglich ebene Scheibe hat ein räumliches Gauß'sches Intensitätsprofil. Der zentrale Bereich erfährt wegen des höheren nichtlinearen Kerr-Anteils einen größeren Brechungsindex und breitet sich deshalb langsamer aus als der Rest der Scheibe. Daraus resultiert eine konkave Scheibenfront und somit Fokussierung (nach [21]).

ist der Beginn der Selbstfokussierung.

Dieser selbstfokussierende Effekt reicht jedoch nicht unbedingt aus, um nachhaltige Filamentbildung hervorzurufen, da immer lineare Beugung auftritt, die den Puls während seiner Ausbreitung divergieren lässt. Wenn die selbstfokussierende Wirkung zu schwach ist, um die Beugung zu kompensieren, breitet sich der Puls weniger divergent aus, als durch reine lineare Beugung. Der Strahldurchmesser verändert sich somit über eine große Entfernung fast nicht.

In dem Moment, in dem die lineare Beugung des Pulses genau durch die Selbstfokussierung ausgeglichen wird, entspricht die Leistung der so genannten kritschen Leistung für Selbstfokussierung. Der numerische Wert ist gegeben durch Formel 2.6. Sie verdeutlicht, dass die kritische Leistung nur von n_0 , n_2 und λ_0 abhängt, aber nicht von der Intensität.

Daraus folgt: Wenn die Spitzenleistung größer ist, als die kritische Leistung, wird die Scheibe wie Abbildung 2.4 sich während ihrer Ausbreitung weiter verkrümmen. Ist die Leistung nur wenig größer als P_k , wird die Gruppengeschwindigkeitsdispersion (engl. group velocity dispersion, GVD) den Puls nach kurzer Propagation zeitlich verlängern. Die GVD resultiert aus der Wellenlängenabhängigkeit der Gruppengeschwindigkeit in einem Medium und ist bei der großen spektralen Bandbreite von femtosekunden Laserpulsen von Belang. Dies vermindert die Spitzenleistung auf einen Wert unter P_k und der Puls wird durch Beugung langsam divergieren. Mit femtosekunden Laserpulsen werden Spitzenleistungen erreicht, die die lineare Beugung und GVD überkompensieren. Die Selbstfokussierung wird also immer während fortschreiten. Damit wird die Scheibe immer kleiner und kleiner und die Intensität steigt immer weiter an. Bei diesen hohen Intensitäten werden



Abbildung 2.5: Wenn der Effekt der Selbstfokussierung stärker ist als die lineare Beugung und der Effekt der GVD, wird der Radius der gekrümmten Scheibe kleiner und somit wird die Selbstfokussierung stärker und stärker. Irgendwann wird die Selbstfokussierung in dem Bereich so stark, dass Ionisation wichtig wird. Das entstehende Plasma schwächt die Fokussierung ab und gleicht es in der Selbstfokalebene aus, wo die maximale Intensität erreicht wird (intensity clamping), bevor die Scheibe wieder in das Photonenreservoir divergiert (nach [21]).

die Luftmoleküle durch Ionisation in ein schwach ionisiertes Plasma verwandelt. Die Änderung im Brechungsindex einer Scheibe, die sich im Plasma ausbreitet, ist gegeben durch

$$\Delta n_p \cong -\frac{e^2 N_e(t)}{2m_e \epsilon_0 \omega_0^2},$$

wobei N_e die Elektronendichte ist. e und m_e sind Ladung und Masse des Elektrons und ω_0 ist die Mittenfrequenz des Laserpulses. Der Brechungsindex im zentralen Bereich der Scheibe ist damit $n \cong n_0 + n_2 I - \frac{e^2 N_e(t)}{2m_e \epsilon_0 \omega_0^2}$. Damit erhöht sich die Ausbreitungsgeschwindigkeit im Inneren und die Krümmung nimmt ab, aber solange $n_2 I < -\frac{e^2 N_e(t)}{2m_e \epsilon_0 \omega_0^2}$ ist, resultiert immer noch eine fokussierende Wirkung. Die Elektronendichte erhöht sich sehr stark mit der Intensität, weil die Tunnelionisation ein stark nichtlinearer Prozess ist. Der Anstieg kann mit einem Potenzgesetz (z.B. $N_e(t) \propto I^m$, m: effektive nichtlineare Ordnung der Ionisation) angenähert werden, was durch experimentelle Beobachtungen bestätigt wurde. In Luft ist m = 8 [22]. Der effektive Brechungsindex im zentralen Bereich ist damit gegeben durch $n \cong n_0 + n_2 I - \frac{e^2}{2m_e \epsilon_0 \omega_0^2} k I^m$, wobei k eine Proportionalitätskonstante ist. Qualitativ bedeutet dies, dass der freie Elektronenterm sehr schnell den Betrag des Kerr-Terms erreichen wird. An die-

sem Punkt gleicht die Kerr-Selbstfokussierung die Defokussierung der freien Elektronen aus und der zentrale Bereich hat jetzt einen Brechungsindex von n_0 und breitet sich mit derselben Geschwindigkeit wie der Rest der Scheibe aus. Es gibt keine weitere Fokussierung und die Intensität ist an diesem Gleichgewichtspunkt am höchsten. Das ist die Bedingung für das so genannte *Intensity clamping* [6], denn bei weiterer Ausbreitung würde der Brechungsindex kleiner als n_0 werden und die Scheibe würde anfangen zu divergieren. Daraus resultiert die Existenz einer maximalen Intensität, die ein hochintensiver femtosekunden Laserpuls in einem optischen Medium durch Selbstfokussierung erreichen kann. In Luft beträgt der Wert ca. $5 \cdot 10^{13}$ W/cm². Die Energie in der defokussierten Scheibe ist durch Verluste bei der Ionisation ein wenig reduziert. Nachdem die Scheibe durch den Selbst-Fokus propagiert ist, wird die zentrale Scheibe wieder zurück in den übrigen Puls oder das Photonenreservoir (engl. backgroundreservoir) defokussiert. Dieses Photonenreservoir ist ein erfolgreiches Konzept, um die Physik der Filamentbildung zu verstehen [23].

Die mittlere Scheibe wird in einer Entfernung z_{sf} von Beginn der Ausbreitung im Medium selbstfokussieren

$$z_{sf} = \frac{0,367ka_0^2}{\left\{ \left[\left(\frac{P}{P_{kr}}\right)^{1/2} - 0,852 \right]^2 - 0,0219 \right\}^{1/2}}$$
(2.7)

wobei k und a_0 die Wellenzahl und der Radius des Strahls bei 1/e der Intensität und P die Spitzenleistung der Scheibe sind. Die Herleitung dieser Gleichung erfolgte von Marburger für kontinuierliche Strahlen [24] und wird analog wie Gleichung 2.6 auch erfolgreich auf gepulste Strahlen angwandt.

Die Scheibe vor der zentalen Scheibe wird laut Gleichung 2.7 an einer späteren Position selbstfokussieren, da die Spitzenleistung geringer ist als in der zentralen Scheibe. Sie unterliegt denselben Prozessen wie Selbstfokussierung, *Intensity clamping* und Defokussierung und wird etwas abgeschwächt ins Photonenreservoir zurückkehren. Dies geschieht mit allen vorderen Scheiben, die eine höhere Leistung, als die kritische Leistung besitzen. Somit wird die Vorderflanke des Pulses immer dünner und dünner. Dieses Verhalten wurde von Fujimoto et al. in [25] mittels femtosekunden zeitaufgelöster optischer Polarigraphie (FTOP) direkt beobachtet (siehe auch Abbildung 2.6 und 2.7). Dabei wurde der zu untersuchende Laserpuls in Luft fokussiert und induziert aufgrund des optischen Kerr-Effekt instantane Doppelbrechung. Somit verändert sich die Polarisation des Vierfachabfragepuls in Abhängigkeit von der Intensität des Anregepulses



Abbildung 2.6: Skizze des zeitaufgelösten optischen Polarigraphie Objekt-Abfrage-Aufbaus. Die Ausbreitungsrichtung der Pulse ist durch einen einfachen Pfeil gegeben. Jeder Puls ist vor dem Zusammentreffen linear polarisiert und die Schwingungsrichtung ist durch den beidseitigen Pfeil gekennzeichnet. Instantane Doppelbrechung wird durch die Intensität des zu untersuchenden Pulses induziert und verändert die Polarisation des Abfragepulses. Die Veränderung wird mittels eines Analysators und einer Kamera detektiert. (aus [25]).



Abbildung 2.7: Beobachtung mit einem Vierfachabfragepuls der Ausbreitung eines Pulses, der durch eine f = 200 mm Linse fokussiert wurde. (a)-(d) Beobachtung aller 2 ps eines einzelnen Pulses, die unterschiedlichen Streifen gehören zu unterschiedlichen Pulsen unter den selben Bedingungen. (aus [25])

von linear zu elliptisch. Diese Änderung wird mit Hilfe eines Analysator, der senkrecht zur ursprünglichen Polarisationrichtung des Abfragepulses sichtbar gemacht.

Die Rückflanke des Pulses sollte nach Gleichung 2.7 symmetrisch zur Vorderflanke an einer Position leicht hinter dem Selbstfokus der Vorderflanke selbstfokussieren. Dies passiert jedoch nicht, da sie auf das Plasma der zentralen und vorderen Scheiben trifft. Die Scheiben der Hinterflanke werden somit in das Plasma selbstfokussieren, woraus eine komplexe Intensitätsverteilung resultiert.

Während der Ausbreitung führt die wiederholte Kerr-Selbstfokussierung im neutralen Gas und die Selbstdefokussierung im selbst erzeugten schwach ionisierten Plasma der Scheiben der Vorderflanke zu einer Serie von Intensitätsmaxima (engl. hot spots) entlang der Ausbreitungsrichtung. Dies ergibt die Form eines Kanals und somit die Bildung eines Filamentes. Da der Energieverlust durch den Ionisationsprozess gering ist, kann der Puls den ganzen Prozess mehrmals wiederholen, was als Selbstrefokussierung bezeichnet wird.

2.5 Selbstphasenmodulation und Weißlicht-Erzeugung

Die Wechselwirkung der hohen Intensität in der Selbstfokusregion mit dem neutralem Gas und dem Plasma äußert sich durch eine Modulation der Phase des Pulses, z.B. durch Selbstphasenmodulation (SPM). Das Resultat ist ein spektrale Verbreiterung hin zu niedrigeren und höheren Frequenzen.

Die SPM in einem optischen Medium wird verursacht durch eine zeitliche Veränderung des Brechungsindex. In der Näherung einer ebenen Wellen ist die Wellenfront am Ort des Selbstfokus gegeben durch die Funktion

$$F(z,t) = \exp\left\{i\left[\omega_0 t - kz\right]\right\} = \exp\left\{i\left[\omega_0 t - \frac{\omega_0 n}{c}z\right]\right\}$$
(2.8)

wobe
izdie Propagationsstrecke und ω_0 die Mittenkreis
frequenz des Lasers ist. Wie bereits diskutiert, gilt

$$n \cong n_0 + n_2 I - \frac{e^2 N_e(t)}{2m_e \epsilon_0 \omega_0^2}.$$
 (2.9)

Der zweite Term ist der Beitrag durch den Kerr-Effekt und der letzte Term ist der Beitrag des Plasmas, wobei $N_e(t)$ die Elektronendichte ist, die durch Ionisation entstanden ist.

Die Welle breitet sich ab (z = 0, t = 0) in dem optischen Medium aus. Aus Gleichungen 2.8 und 2.9 resultiert

$$F(z,t) = exp\left\{i\left[\omega_0 t - \frac{\omega_0 n_0}{c}z - \frac{\omega_0 \Delta n(t)}{c}z\right]\right\}$$
(2.10)
$$= exp\left\{i\left[\left(\omega_0 t - \frac{\omega_0 n_0}{c}z\right) + \int_0^t \frac{\partial}{\partial t}\left(-\frac{\omega_0 \Delta n(t)}{c}z\right)dt\right]\right\}$$
(2.11)

$$\equiv exp\left\{i\left[\left(\omega_0 t - \frac{\omega_0 n_0}{c}z\right) + \int_0^t (\Delta\omega)dt\right]\right\}$$
(2.12)

mit

$$\Delta \omega = \frac{\partial}{\partial t} \left(-\frac{\omega_0 \Delta n(t)}{c} z \right) = -\frac{\omega_0}{c} z \frac{\partial [\Delta n(t)]}{\partial t}.$$
 (2.13)

Die SPM ist die Modulation (Veränderung) der Phase der Welle durch die selbstgenerierte extra Phase $-\frac{\omega_0 \Delta n(t)}{c} z$. Sie wird beschrieben durch die Frequenzverschiebung in Gleichung 2.13.

Da die Vorderflanke immer ein neutrales Gas sieht, folgt aus obiger Gleichung ohne Beitrag des Plasmas

$$\Delta \omega = -\frac{\omega_0}{c} z \frac{\partial [\Delta n(t)]}{\partial t} = -\frac{\omega_0 z}{c} n_2 \frac{\partial I(\text{ansteigende Flanke})}{\partial t} < 0.$$
(2.14)

Die letzte Ungleichung folgt aus dem positiven zeitlichen Anstieg, dessen Wert kontinuierlich zwischen Null und dem maximalen Wert verläuft. Somit trägt die Vorderflanke zur spektralen Rotverschiebung/-verbreiterung bei.

Die Rückflanke sollte ebenfalls das neutrale Gas sehen, da dieses nur leicht ionisiert ist. Dies führt zu einer Blauverschiebung/-verbreiterung.

Der Beitrag des Plasmaterms in Gleichung 2.9 zur Frequenzverschiebung/verbreiterung tritt kurz nach dem das Plasma erzeugt wurde auf. In dem Bereich des Selbstfokus findet die Wechselwirkung des Plasmas mit der selbstfokussierenden Scheibe und mit Scheiben, die danach kommen (z.B. von der Hinterflanke des Pulses) statt. Unter Ausnutzung von Gleichung 2.9 und 2.13 ergibt sich für die Frequenzverschiebung/-verbreiterung durch den Plasmaterm

$$\Delta\omega = +\frac{ze^2}{2cm_e\epsilon_0\omega_0}\frac{\partial N_e}{\partial t}.$$
(2.15)

Die Elektronen werden durch Ionisation der Luftmoleküle erzeugt. Zur Bestimmung der Ionisationsrate von Sauerstoff und Stickstoff werden experimentelle Ergebnisse, wie in Kapitel 2.3 bereits beschrieben, verwendet. Somit folgt für die Elektrondichte

$$N_e \cong N_0 w \int_{-\infty}^{t} I^m(t) dt.$$
(2.16)

In Gleichung 2.16 ist N_0 die Dichte der Luft, w ist die effektive empirische Ionisationsrate von Sauerstoff (und Stickstoff) und I^m ist das empirische Exponentialgesetz der Ionisation. Aus den Gleichungen 2.16 und 2.15 erhält man

$$\Delta\omega = +\frac{ze^2 N_0 w}{2cm_e \epsilon_0 \omega_0} I^m.$$
(2.17)

Die positive Blauverschiebung/-verbreiterung der Frequenz ist groß, da diese sehr stark nichtlinear von der hohen Intensität innerhalb der Selbstfokusregion abhängt.

Am Ende der Ausbreitung, d.h. am Ende der Beugunglänge (ka_0^2) , wird die Hinterflanke des Pulses sehr steil und der Anstieg negativ. Die zeitliche Variation findet hauptsächlich im neutralen Gas statt, da die Filamentbildung beendet und die Ionisation vernachlässigbar ist. Dies führt ebenfalls zu einer starken Blauverschiebung der Frequenz, wie man in Analogie zu Gleichung 2.14 sieht

$$\Delta \omega = -\frac{\omega_0 z}{c} n_2 \frac{\partial I(\text{sehr steile Hinterflanke mit negativem Anstieg})}{\partial t}.$$
 (2.18)

Dies ist der Hauptgrund für die starke Verbreiterung zur blauen Seite hin. Diese so genannte Selbstaufsteilung kann man qualitativ wie folgt verstehen. Der zentrale Bereich des Pulses mit der höchsten Intensität breitet sich mit der Geschwindigkeit c/n aus und sieht eine Erhöhung des Brechungsindex durch den nichtlinearen Anteil (Kerr-Effekt), welcher proportional zur Intensität ist. Deshalb reduziert sich die Ausbreitunngsgeschwindigkeit. Die Hinterflanke hat eine niedrigere Intensität und sieht das schwache Plasma. Der Brechungsindex ist damit kleiner als eins. Sie propagiert somit schneller als der zentrale Teil des Pulses. So wird der hintere Teil des Pulses bald das Zentrum einholen, und daraus ergibt sich ein steiler Anstieg der Intensität der Hinterflanke. Die SPM ist proportional der Ableitung dieses Teils des Pulses und daraus resultiert mit Gleichung 2.18 eine sehr starke Blauverschiebung.

Die Ausbreitungslänge z spielt ebenfalls eine Rolle bei der spektralen Verbreiterung (siehe Abbildung 2.8). Experimentelle Beobachtungen haben ergeben, dass sich das Weißlicht-Spektrum bei sehr langer Propagation (> 100m) von 200 nm bis jenseits der $4\mu m$ erstrecken kann [27].

Der mittlere Bereich von Abbildung 2.9 liefert ein Beispiel für die Frequenzverbreiterung des ursprünglichen Anregungspulses (Mittenwellenlänge $\lambda_0 = 812$ nm) zu höheren Frequenzen über den gesamten sichtbaren Bereich des Spektrums. Es erscheint weiß.

2.6 Konische Emission

Die farbigen Ringe in Abbildung 2.9 sind ein Beleg für die Selbstphasenmodulation in radialer Richtung. Im vorherigen Kapitel wurde die SPM in der Näherung einer ebenen Welle beschrieben, d.h. Ausbreitung nur in z-Richtung. Es wurde somit nur der Wellenvektor k_z berücksichtigt. Die Wellenfront des La-



Abbildung 2.8: Numerische Simulation der spektralen Verbreiterung nach einer Ausbreitungslänge von z=1,37 m, z=3,24 m und z=3,63 m. Gauss-Puls, $P = 4P_{kr}$, $a_0 = 0.5mm$, $\tau_p = 127 fs$, freie Ausbreitung . (aus [26])



Abbildung 2.9: Muster des Weißlicht-Laserpuls aus dem kHz-Lasersystem. Anregepuls: Energie 1,4 mJ, 60 fs Titan:Saphir-Laser ($\lambda_0 = 812nm$) nach Propagation von 15*m* durch das Labor und leichter Fokussierung mit einem Teleskop (Brennweite f=1,3m).

serpulses ist aber in dem Bereich der Selbstfokussierung stark gekrümmt. Der Wellenvektor besitzt somit auch einen transversalen Anteil. In der gewöhnlichen zylindersymmetrischen Pulsfront ist der Wellenvektor \overrightarrow{k} gegeben durch

$$\vec{k} = k_z \hat{z} + k_r \hat{r} = k_{z0} + \Delta k_z \hat{z} + k_{r0} \hat{r} + \Delta k_r \hat{r}, \qquad (2.19)$$

wobei der Anfangswellenvektor durch den Index Null gekennzeichnet ist, \hat{z} ist der Einheitsvektor in Ausbreitungsrichtung und \hat{r} ist der Einheitsvektor transversal zu \hat{z} . In der Näherung der ebenen Welle, welche weiter oben beschrieben wurde, wurde nur die z-Komponente berücksichtigt. Aus den Gleichungen 2.10 und 2.12 ergibt sich

$$k_{z0}\hat{z} = \frac{\omega n_0}{c}\hat{z}$$

$$\Delta k_z\hat{z} = -\frac{\omega\Delta n}{c}\hat{z} = \int_0^t \frac{\Delta\omega}{z} dt\hat{z}$$
 (2.20)

und aus den Gleichungen 2.14 und 2.15 folgt

$$= \begin{cases} -\frac{\omega_0}{c} n_2 \int_0^t \frac{\partial I(Vorderflanke)}{\partial t} dt \quad \hat{z} < 0 \quad \text{in neutralem Gas} \\ +\frac{e^2}{2\epsilon_0 c m_e \omega_0} \int_0^t \frac{\partial N_e}{\partial t} dt \quad \hat{z} > 0 \quad \text{im Plasma} \end{cases}$$
(2.21)
$$= \begin{cases} -\frac{\omega_0}{c} n_2 \int_0^z \frac{\partial I(Vorderflanke)}{\partial z} dz \quad \hat{z} < 0 \quad \text{in neutralem Gas} \\ +\frac{e^2}{2\epsilon_0 c m_e \omega_0} \int_0^z \frac{\partial N_e}{\partial z} dz \quad \hat{z} > 0 \quad \text{im Plasma} \end{cases}$$
(2.22)

Aus den Gleichungen 2.21 und 2.22 wird ersichtlich, dass sich die zeitliche Veränderungsrate in eine räumliche Veränderungsrate unter Verwendung von z = ct transformiert. In Abbildung 2.10 befindet sich eine schematische Darstellung der Wellenvektoren. $\Delta k_z \hat{z}$ (plasma) ist positiv und zeigt in dieselbe



Abbildung 2.10: Visualisierung der verschiedenen Wellenvektoren einer sphärischen Wellenfront in der Selbstfokusregion. (a) Alle möglichen Wellenvektoren in Ausbreitungsrichtung (z). (b) Veranschaulichung des transversalen Anteils des Wellenvektors.

Richtung wie $k_{z0}\hat{z}$, während $k_z\hat{z}$ (neutral) negativ ist und in die entgegengesetzte Richtung von $k_{z0}\hat{z}$ zeigt.

Aus Gleichung 2.22 (zusammen mit Gl. 2.15) geht hervor, dass der räumliche Gradient der Elektronendichte eine Blauverschiebung in z-Richtung verursacht (in Ebener-Welle-Näherung). Da die Elektronen in dem dreidimensionalen Selbstfokussierungsvolumen erzeugt werden, zeigt der Dichtegradient in alle Richtungen, d.h. in z- und r- Richtung. In radialer Richtung führt der Elektronendichtegradient ebenfalls zu einer Blauverschiebung. Zur selben Zeit zerstreut der dazugehörige Wellenvektor, $\Delta k_r \hat{r}$, die blau verschobenen Frequenzanteile in einem Ring (siehe dazu Abbildung 2.10(b)). Je größer der Gradient der Elektronendichte ist, desto größer ist auch der Wellenvektor $\Delta k_r \hat{r}$ und die Blauverschiebung. Der radiale Gradient durchläuft alle Werte von Null bis zum Maximum. Aus Abbildung 2.10(b) folgt, dass die räumliche Divergenz des resultierenden Vektors \overrightarrow{k} größer wird, wenn sich der Gradient der Elektronendichte ebenfalls vergrößert. Das heißt, regenbogenfarbige Ringe werden um einen weißen Fleck erzeugt. Das ist die Erklärung für die Ringe in Abbildung 2.9. Die Frequenzverschiebung, die aufgrund des neutralen Gases generiert wird, führt nicht zu solchen Ringen, da der Wellenvektor $\Delta k_r \hat{r}$ (neutral) in die entgegengesetzte Richtung zu k_{r0} zeigt und somit die Divergenz der Welle reduziert. Eine ausführlichere mathematische Beschreibung der plasmainduzierten spektralen Blauverschiebung von femtosekunden Laserpulsen wurde von Le Blanc und Sauerbrey in [28] gegeben.

3 Formung von ultrakurzen Laserpulsen

Einige der erfolgreichsten Techniken zur Formung von femtosekunden Laserpulsen basieren auf der räumlichen Filterung des aufgespaltenen Frequenzspektrums. Um dieses zu ermöglichen wird ein modifizierter 4f-Strecker, wie er in Abbildung 3.1 dargestellt ist, benutzt [29]. Vom ersten Gitter werden die spektralen Komponenten des Eingangsfeldes unter verschiedenen Winkeln reflektiert und in der Fokalebene der ersten Linse (Fourierebene) räumlich separiert abgebildet. Nach der zweiten Linse und dem zweiten Gitter sind alle spektralen



Abbildung 3.1: 4f-Strecker. Der einfallende Puls wird durch das erste Gitter spektral zerlegt und dann in die Fourierebene der ersten Linse, mit der Brennweite f, an verschiedene Positionen fokussiert. In der Fourierebene kann durch das Einbringen von Amplituden- und/oder Phasenmasken die Pulsform verändert werden. Die zweite Linse und das zweite Gitter rekonstruieren den Laserpuls.

Komponenten wieder überlagert und zu einem Strahl kombiniert. Durch das Einbringen eines räumlichen Lichtmodulators (engl. spatial light modulator, SLM) in die Fourierebene kann man beliebige spektrale Modulationen erzeugen und damit die Impulsform beeinflussen.

3.1 Flüssigkristallmodulatoren

Das Funktionsprinzip dieser Modulatoren basiert auf der Änderung des Polarisationszustandes von Licht durch Wechselwirkung mit doppelbrechenden Flüssigkristallen (engl. liquid crystal, LC). Deren optische Achse kann durch Anlegen einer äußeren Steuerspannung gedreht werden und verändert damit die effektive Brechzahl für eine Polarisationsrichtung. Der einfachste Aufbau besteht aus einer Reihe von nematischen LC-Zellen, die von zwei Glasplatten gehalten werden. Der Kristall besteht aus länglichen Molekülen, die sich in einem elektrischen Feld ausrichten können. Die Glasplatten fungieren auch als Substrat für die transparenten Indium-tin-oxide (ITO)-Steuerelektroden. Diese haben die Form von 640 Pixeln mit einer Abmessung von jeweils 10 mm mal



Abbildung 3.2: Schema eines Phasenmodulators: Die Indiumtin-oxide (ITO)-Steuerelektroden für die 640 Pixel sind an der Innenseite eines Glasträgers aufgebracht. Die Gegenelektrode befindet sich flächenfüllend auf dem anderen Glasträger (aus [30]).

 $100\mu m$ (Abbildung 3.2). Ohne das elektrische Feld sind die länglichen Moleküle des Flüssigkristalls entlang der y-Achse ausgerichtet. Wird ein elektrischen Feldes in z-Richtung angelegt, kippen die Moleküle und damit die optische Achse in z-Richtung. Die Verkippung ist dabei proportional der angelegten Spannung.

3.2 Optimierungs-Algorithmen

Mit Hilfe von phasen- und amplitudenmodulierten femtosekunden Laserpulsen lassen sich physikalische oder auch chemische Prozesse steuern [31]. Da die hierfür benötigte Amplituden- und Phasenverteilung sich nicht ohne weiteres berechnen lässt, benutzt man einen iterativen Algorithmus um die Transferfunktion zu bestimmen. Zu Beginn wird eine beliebige Impulsform eingestellt. Anhand des rückgekoppelten resultierenden Signals wird von dem Optimierungsalgorithmus eine neue Pulsform vorgeschlagen und am Impulsformer eingestellt. Dieser erzeugt wieder ein neues Resultat und der Kreislauf beginnt von vorn bis ein geeignetes Konvergenzkriterium erreicht ist. [32]. Bei der Auswahl der neuen Pulsform kommen evolutionäre Strategien zum Einsatz (Abbildung 3.3). Ausgangspunkt bildet eine Population mit fester Individuenzahl. Jedes Individuum stellt einen anderen Parametersatz des zu optimierenden Experiments dar. Dies könnten im Fall der Impulskompression die spektralen Phasenterme zweiter, dritter und vierter Ordnung (siehe Anhang A) oder aber die Steuerspannungen für den Lichtmodulator mit N Pixeln sein. Die Bewertung der Individuen erfolgt anhand des Rückkopplungssignals, welches aus dem Experiment mit dem dazugehörigen Parametersatz gewonnen wird. Die wiederholte Selektion der "Besten", deren Rekombination und Mutation verbessert so systematisch das Ergebnis.



Abbildung 3.3: Generationszyklus der evolutionären Strategie. Die Optimierung basiert auf einer wiederholten Bewertung und Selektion von Individuen einer Population. Bei der Rekombination der Besten wird die ursprüngliche Population vollständig ersetzt. Die Verwendung von Elitisten garantiert die monotone Verbesserung der Optimierung. (nach [30]).

4 Charakterisierung von ultrakurzen optischen Pulsen

Die einfachste und älteste Methode einen Laserpuls zumindest teilweise zu charakterisieren ist die Messung des Spektrums. Da man aber dabei keine Phaseninformation erhält, ist es nicht möglich, eine Aussage über den zeitlichen Verlauf zu treffen. Eine Möglichkeit etwa über den zeitlichen Verlauf zu erfahren ist die Intensitätsautokorrelation.

4.1 Intensitätsautokorrelation

Der Aufbau für einen untergrundfreien Autokorrelator ist in Abbildung 4.1 zu sehen. Der zu untersuchende Laserpuls wird mit einem Strahlteiler in zwei Teilpulse aufgespalten. Einer der beiden Pulse geht dabei über eine variable Strecke und wird um die Zeit τ verzögert. Am Ausgang des einem Michelson Interferometers ähnlichen Aufbaus werden die beiden parallelen, aber nicht kollinearen Strahlen, mittels eines Zylinderspiegels auf ein nichtlineares Medium zweiter Ordnung fokussiert. Hinter dem nichtlinearen Kristall kann man drei Teilstrahlen sehen. Die beiden äußeren Strahlen gehören zu der zweiten Harmonischen (engl. second harmonic generation, SHG), die direkt von den Primärstrahlen erzeugt wurde. Der mittlere Strahl ist jedoch das Produkt aus beiden einfallenden Strahlen. Dieser gelangt in den Detektor. Wegen dessen langsamer Anstiegs-



Abbildung 4.1: Schema eines untergrundfreien Intensitätsautokorrelators. Mit Hilfe des Strahlteilers werden zwei Replika des zu untersuchenden Laserpulses erzeugt. Der nichtlineare Kristall erzeugt das Summenfrequenzsignal (SF). Dieses wird von dem langsamen Detektor zeitlich integriert und in Abhängigkeit von der Verzögerung der beiden Pulse aufgezeichnet. (B, Blende; F, Filter; nach [33])

zeit (ns) im Vergleich zu der Pulsdauer (fs), ist der Photostrom proportional der Energie, die in dem Signal über die Integrationszeit akkumuliert ist. Der Photostrom wird als Funktion der zeitlichen Verzögerung zwischen den beiden Pulsreplikas aufgezeichnet.

Ein nichtlineares Material zweiter Ordnung hat eine nicht verschwindende Suszeptibilität zweiter Ordnung ($\chi^{(2)}$). Diese erzeugt eine Oszillation mit der doppelten Frequenz der eingestrahlten Welle. In diesem Fall besteht das elektrische Feld aus der Überlagerung der beiden Pulse. Das erzeugte Feld der zweiten Harmonische \vec{E}_{SH} ist dabei

$$\vec{E}_{SH} \propto \chi^{(2)} (\vec{E}(t) + \vec{E}(t-\tau))^2 = \chi^{(2)} (\vec{E}^2(t) + 2\vec{E}(t)\vec{E}(t-\tau) + \vec{E}^2(t-\tau)), \quad (4.1)$$

wobei τ die zeitliche Verzögerung zwischen den beiden Pulsen ist. Der erste und der dritte Term in Gleichung 4.1 gehören zu den beiden direkt frequenzverdoppelten Strahlen. Aus Gründen der Impulserhaltung sind diese jedoch von dem mittleren Strahl räumlich getrennt. Der zweite Term wird von dem langsamen Empfänger detektiert. Der aufgenommen Strom ist proportional der Pulsenergie und somit ebenfalls proportional der integrierten Intensität des Signals. Der Strom in Abhängigkeit von der Verzögerung ist damit gegeben durch

$$I_{ac} \propto \int_{-\infty}^{\infty} |E(t)E(t-\tau)|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} I(t)I(t-\tau)dt$$

Der letzte Term entspricht dabei der mathematischen Definition einer Autokorrelation. Die Fouriertransformation der Autokorrelation liefert

$$\mathcal{F}\{\int_{-\infty}^{\infty} I(t)I(t-\tau)dt\} = |I(\Omega)|^2.$$

Damit ist es aber nicht möglich den genauen zeitlichen Verlauf des Impulses zu rekonstruieren, da die Fouriertransformierte der Autokorrelation nur noch $|I(t)|^2$ enthält und die Information über die Phase verloren gegangen ist. Um die komplette Information (elektrisches Feld und Phase) zu erhalten, haben sich im wesentlichen zwei Techniken durchgesetzt. Zum einen ist dies die Methode der Spektralen Phasen Interferometrie zur direkten Elektrischen-Feld **R**ekonstruktion (SPIDER) und zum anderen die Methode der Frequenzaufgelösten Korrelation (**F**requency **R**esolved **O**ptical **G**ating, FROG) [34]. Letztere stand am kHz-System zur Verfügung.

4.2 Frequenz-aufgelöste Korrelation

Der Aufbau zur Messung der Frequenz-aufgelösten Korrelation unterscheidet sich von dem zur Messung der Intensitätsautokorrelation im wesentlichen nur durch den Detektor. Bei diesem handelt es sich nun um ein Spektrometer.

FROG misst nun in Abhängigkeit von der Verzögerung das Signal spektral aufgelöst. Bei der Verwendung eines $\chi^{(2)}$ -Mediums zur Summenfrequenzbildung hat das Signal die Form eines Spektrogramms $g(\omega, \tau)$, auch FROG-Spur genannt

$$g(\omega,\tau) \propto |\mathcal{F}\{E(t) \cdot E(t-\tau)\}|^2$$
$$\propto \left| \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{E}(\omega') \cdot \mathcal{E}(\omega-\omega')e^{-i\omega'\tau}d\omega' \right|^2.$$

Es gilt

$$\int_{-\infty}^{\infty} g(\omega,\tau)d\tau \propto \int_{-\infty}^{\infty} I(\omega) \cdot I(\omega-\omega')d\omega'$$
$$\int_{-\infty}^{\infty} g(\omega,\tau)d\omega \propto \int_{-\infty}^{\infty} I(t) \cdot I(t-\tau)d\omega'.$$

Mittels eines iterativen Fouriertransformationsalgorithmus ist es möglich aus dem erhaltenen Spektrogramm auf die Amplitude und Phase des zu untersuchenden Pulses zu schließen und somit die komplette Information über das spektrale oder zeitliche Feld zu erhalten. Bei dieser Art der FROG-Messung besteht aufgrund der Symmetrie eine Unbestimmheit in den Vorzeichen der spektralen Phase bzw. der Zeitrichtung.

4.2.1 Fehlerquellen bei der FROG-Messung

Grundvorraussetzung für die Aufnahme einer guten FROG-Spur bildet der optimale Überlapp der beiden fokussierten Strahlen auf dem nichtlinearen Kristall. Wenn diese Bedingung nicht erfüllt ist, dann hat dies eine Asymmetrie in der FROG-Spur zur Folge. Diese darf aber bei einem nichtlinearen Prozess zweiter Ordnung nicht auftreten, da der Rekonstruktuionsalgorithmus nur nach symmetrischen Signalen sucht und somit ein bestenfalls ungenaues Ergebnis liefert oder gar nicht konvergiert. Weitere häufig auftretende Fehlerquellen bei der FROG-Messung sind die ungenaue Wellenlängenkalibrierung der FROG-Daten oder aber die wellenlängenabhängige Empfindlichkeit des Spektrometers. Von praktischer Relevanz ist das sogenannte Frequenz-Marginal, welches erhalten wird, wenn man die FROG-Daten entlang der Verzögerungsachse integriert.

$$M_{\omega}^{SHG}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} I_{FROG}^{SHG}(\omega, \tau) d\tau \propto I(\omega)$$

Das Frequenz-Marginal ist proportional zur Faltung des Eingangsspektrums $I(\omega)$ [35]. Daraus folgt, dass man durch einfaches Messen des Fundamentalspektrums auf systematische Fehler entlang der Frequenzachse schließen kann. Ein weiteres wichtiges Problem ist die Anforderung an die Abtastrate der FROG-Spur. Da jeder experimentelle Aufbau die FROG-Spur nur in diskreten Frequenz- und Verzögerungsabständen abtasten kann, gibt es Richtlinien für ein geeignetes Netz [36].

Es ist üblich die FROG-Spur in einem $N \times N$ Netz von Abtastpunkten aufzunehmen, wobei N eine Potenz von zwei ist. Damit bietet sich die schnelle Fouriertransformation (FFT) als Rekonstruktionsalgorithmus an. Eine FROG-Spur gilt als gut abgetastet, wenn alle Datenpunkte, die eine Intensität von größer 10^{-4} der maximalen Intensität haben, im Netz enthalten sind. FROG-Spuren, die nach diesem Kriterium abgetastet wurden, werden den korrekten Pulsverlauf ergeben. Meistens wird aber eine Abtastung in gleichen Zeit- bzw. Frequenzschritten bevorzugt, da hier die Rekonstruktionsalgorithmen robuster sind. Für Pulse mit einem zeitlichen und spektralen Gaußprofil kann man gleiche Abtastraten erreichen, wenn die Schrittweite $\Delta \tau = \tau_P/M$ und der Frequenzabstand auf $\Delta f = \Delta \omega / (2\pi M)$ gesetzt werden. $\tau_P (\Delta \omega)$ ist dabei die volle Breite bei der halben zeitlichen (spektralen) Intensität. Bei einer FROG-Spur mit $N \times N$ Pixeln verknüpft die FFT die Abtastrate der Verzögerung mit der Abtastrate der Frequenz durch $\Delta f = 1/(N\Delta \tau)$. Daraus folgt, dass ein gleiches Abtasten mit

$$M = \sqrt{\tau_P \frac{\Delta\omega}{2\pi}} N$$

erreicht wird.

4.3 Aufbau des kHz-Systems

Die Experimente wurden am kHz-Lasersystems des Instituts für Optik und Quantenelektronik durchgeführt. Eine schematische Übersicht ist in Abbildung 4.2 gegeben. Das System basiert auf dem Prinzip der *Chirped Pulse Amplificati*on (CPA) von D. Strickland und G. Mourou [11]. Hierbei werden die Laserpulse zeitlich gestreckt, verstärkt und dann wieder komprimiert.

In einem Titan:Saphir-Oszillator (MIRA, Firma Coherent) werden die Laserpulse mit einer Repetitionsrate von 82 MHz und einer Bandbreite von 31 nm erzeugt. Diese können dann mit dem Impulsformer moduliert und danach in den 8-Pass Verstärker (ODIN, Firma Quantronix) gelenkt werden. In diesem werden die Laserpulse zeitlich auf ca. 120 ps gestreckt und die Repetitionsrate mittels einer Pockelszelle auf 1 kHz reduziert. Ein gütegeschalteter, frequenzverdoppelter Nd:YLF-Laser (527 nm) pumpt den 2 cm langen Titan:Saphir Kristall mit 9.5 mJ. Die Energie nach der Verstärkung beträgt 1.7 mJ ohne Impulsformer und 1.4 mJ mit Impulsformer (geringere Eingangsenergie vor Verstärkung). Ein Strahlteiler teilt dann den Puls im Verhältnis 30:70. Der Hauptanteil wird wieder komprimiert und steht mit einer Energie von 700 μ J und einer Pulsdauer von 50 fs für Experimente zur Verfügung. Der kleinere Anteil von 30% wird in dem 2. Verstärker (MPA, Firma Quantronix) nach drei Durchläufen durch den ebenfalls 2 cm langen Titan:Saphir Kristall auf 4,8 mJ verstärkt. Der Kristall wird mit insgesamt 30 mJ aus zwei gütegeschalteten, frequenzverdoppelten Nd:YLF-Lasern gepumpt und auf -20° C gekühlt. Dies reduziert die thermische Linse, die in dem Verstärkerkristall durch die Pumplaser hervorgerufen wird. Nach der Kompression stehen Laserpulse mit einer Energie von 3,5 mJ, einer Pulsdauer von ca. 50 fs und senkrechter Polarisation zur Verfügung.



Abbildung 4.2: Schematischer Aufbau des KHz-Systems.

4.4 Der Impulsformer

Für die Formung der Laserpulse, stand ein Impulsformer auf Basis des Lichtmodulators SLM-S $640/12^1$, der in [37] genauer beschrieben wird, zur Verfügung (Abbildung 4.3). Das Besondere an diesem Pulsformer ist, neben des aberra-



Abbildung 4.3: Aufbau der kompletten Impulsformungseinheit. Der Modulator steht in der Fourierebene des reflektiven 4f-Streckers in on-axis Ausführung und wirkt als reiner Phasenmodulator (aus [30]).

tionsverminderten Aufbaus, der Lichtmodulator. Dieser bietet einerseits eine hohe Zerstörschwelle von 300 J/cm² und andererseits durch die 640 Pixel umfassende Maske die Möglichkeit eine Vielzahl von Pulsformen zu erzeugen. Jedoch führt die geringe Beugungseffizienz der Gold-bedampften Sinusgitter von 73% in der ersten Ordnung zu einer Transmission von 43% für den gesamten Aufbau. Durch die fortschreitende Entwicklung bei der Herstellung von optischen Gittern, haben diese heute eine Effizienz von > 95% in der ersten Beugungsordnung. Durch Austausch der beiden Gitter könnte somit die gesamte Transmission des Aufbaus bei ca. 80 % liegen.

4.5 Voruntersuchungen

Die meisten Untersuchungen und Experimente sind in der Vergangenheit, auch am Institut für Optik und Quantenelektronik, an Systemen mit einer Leistung von mehreren Terawatt durchgeführt worden. Diese Systeme haben im allgemeinen eine Repetitionsrate von 10 Hz. An dem kHz-System stehen neben der hundertfachen Pulsrate aber nur ein hundertstel der Leistung zur Verfügung. Deshalb stellte sich die Frage, ob überhaupt Filamente mit einer nennenswerten

 $^{^1} Jenoptik Laser, Optik, Systeme GmbH: SLM-S<math display="inline">640/12$

Länge erzeugt werden können. Der am meisten zitierte Artikel zu den experimentellen Untersuchungen an Filamenten von A. Braun et. al [1] beschreibt eine Filamentbildung ab einer Energie von 5 mJ bei einer Pulsdauer von 200 fs. Wenn man die daraus resultierende Leistung auf das kHz-System überträgt, müsste eine Energie von ungefähr 1,3 mJ ausreichen, um bei einer Pulsdauer von 50 fs ein einzelnes Filament zu kreieren. Nach der Formel von Marburger (Gleichung 2.7) würde sich das Filament aber erst in einer Entfernung von mehr als 50 m nach Beginn der Ausbreitung in Luft ausbilden. Dies liegt vor allem an dem relativ großen Strahldurchmesser von 14 mm. Da aber das Labor nur Propagationslängen von maximal 10 m zulässt, war eine externe Fokussierung notwendig. Um nicht auf eine Vielzahl von Linsen angewiesen zu sein, wurde ein 2:1 Galilei-Teleskop (Linse(1) f=200 mm, \emptyset =31,5 mm; Linse(2) f=-100 mm, $\emptyset = 25,4$ mm; beide Firma LINOS) zum Zusammenziehen des Strahls benutzt. Ab einer Energie von 1,4 mJ und einer Brennweite von 1,3 m konnte ein einzelnes Filament erzeugt werden (siehe Abbildung 4.4). Um sich ein erstes Bild von dem räumlichen und spektralem Profil zu machen, wurde in einer Entfernung von ca. 6 m nach dem Ende des Plasmakanals ein Blatt Papier in den Strahl gestellt. Das Ergebnis ist in Abbildung 4.5 zu sehen. Offensichtlich hat man es hier mit einer Vielzahl von Phänomenen zu tun.

Zum einen wäre da das Weißlicht zu nennen, welches in der Nähe der optischen Achse durch Selbstphasenmodulation erzeugt wird. Dieser Fleck ist umgeben von regenbogenartigen Ringen, welche in der Mitte rot sind und nach außen hin über den gesamten sichtbaren Spektralbereich bis ins Blaue gehen. Um den Ring aus dritter Harmonischer sichtbar zu machen, wurde der zentrale Weißlicht-Anteil mit einer Blende ausgeschnitten und die Belichtungszeit der Kamera entsprechend angepasst. Aufgrund der Turbulenzen in der Luft und des nicht gaussförmigen Strahlprofils kam es zu starken räumlichen und auch spektralen Schwankungen, so dass mitunter das Weißlicht-Spektrum komplett verschwunden war.

Für eine genauere spektrale Analyse wurde der Weißlicht-Laserpuls in ein Spektrometer eingekoppelt (Ocean Optics HR4000, Empfindlichkeitsbereich von 200 nm- 1100 nm). Der Weißlicht-Laserpuls wurde dafür über zwei Glasplatten reflektiert und je nach zu messendem spektralen Bereich mit Graufiltern (für den Anteil um das Primärspektrum) oder mit einem dielektrischen Breitbandspiegel ($\lambda_0 = 816$ nm; für den sichtbaren Spektralbereich) weiter abgeschwächt. Das zusammengesetzte Spektrum ist in Abbildung 4.6 zu sehen. Das unterschiedli-



(a) Seitenansicht des erzeugten Filaments. Länge ca. 70 cm. Laser von rechts kommend.



(b) Blick durch das Labor auf das Weißlicht-Filament

Abbildung 4.4: Erstes erzeugtes Weißlicht-Filament im kHz-Labor. Energie 1,4 mJ, Pulsdauer 59 fs, Fokussierung mit dem Teleskop f=1,3 m.

che spektrale Reflektionsvermögen der optischen Elemente wurde bei der Darstellung berücksichtigt und des weiteren wurde eine Empfindlichkeitskorrektur vorgenommen. Das Spektrum überspannt einen Bereich von ca. 350 nm bis 1050



Abbildung 4.5: Bild des Weißlicht-Laserspulses. Energie 1,4 mJ, Pulsdauer 59 fs, Fokussierung mit dem Teleskop Brennweite f=1,3 m. Montage aus zwei Bildern. (Erläuterung im Text.)



Abbildung 4.6: Spektrum eines Weißlicht-Filamentes (schwarzer Graph). Energie 2,7 mJ, Pulsdauer 59 fs, Fokussierung mit dem Teleskop Brennweite f=1,3 m. Das Spektrum wurde aus zwei einzelnen Spektren zusammengesetzt (Erläuterung: siehe Text). Der rote Graph ist der Gauss-Fit des Primärspektrums.

nm und geht dabei über 5 Größenordnungen in der Intensität. Da die Intensität in dem Laserpuls sehr hoch ist, konnten die Glasplatten erst etwa einen Meter nach dem Ende des Plasmakanals in den Strahlengang gebracht werden, da diese sonst beschädigt wurden. Da aber die Divergenz der dritten Harmonischen sehr groß ist, war es nicht möglich, diese dann noch in das Spektrometer einzukoppeln. Darum konnte deren Spektrum nicht aufgezeichnet werden.

Auffällig an den Spektren ist einerseits die starke spektrale Verbreiterung in den sichtbaren Bereich, sowie deren Modulationen. Für die starke Verbreiterung im *blauen* Bereich ist die externe Fokussierung durch das Teleskop verantwortlich. Diese erzeugt höhere Elektronendichten (einige 10^{16} cm⁻³) im Plasmakanal als durch freie Propagation entstehen würden (einige 10^{14} cm⁻³) [38]. Daraus folgt, wie in Kapitel 2.5 beschrieben, eine starke Verbreiterung und Verschiebung des Spektrums hin zu größeren Frequenzen.

Die Modulation wird durch Interferenz des Pulses mit sich selbst verursacht. Am Beispiel eines leicht linear gechirpten Laserpulses lässt sich der Sachverhalt leicht veranschaulichen. Zum Startpunkt der Propagation ändert sich die Momentanfrequenz konstant über der Zeit. Wenn der Puls sich aber einige Zeit ausgebreitet hat, wird seine Einhüllende sehr stark deformiert. Dies kann dazu führen, dass an einem festen Ort, die Frequenz zu verschiedenen Zeiten und somit an verschiedenen Positionen im Puls gleich ist. Jene Stellen repräsentieren Wellen mit gleicher Momentanfrequenz, aber unterschiedlicher Phase, welche je nach relativem Phasenunterschied konstruktiv oder destruktiv interferieren können.

4.6 Impulsformung nach Verstärkung

Um den zeitlichen Verlauf des Laserpulses möglichst direkt zu beeinflussen, wurde der Impulsformer am Ende der Verstärkerkette aufgebaut. Die in den Vorbetrachtungen ermittelten 1,4 mJ zur Erzeugung von Filamenten wären auch trotz der schlechten Transmission von 43% bei 3,5 mJ nach der Verstärkung erreichbar. Da aber der Strahldurchmesser nach dem zweiten Verstärker 14 mm beträgt und die Gitter nur 10 mm hoch sind, verschlechtert sich die Transmission auf 33%. Damit wäre die Energie am Ausgang des Impulsformers aber zu niedrig, um die Experimente durchzuführen. Deshalb wurde ein 2:1 Teleskop (welches in Kapitel 4.5 beschrieben ist) aufgebaut, um den Strahldurchmesser zu verringern. Gleichzeitig erhöht sich so die Intensität auf den optischen Elementen nach dem Teleskop. Diese Erhöhung führte dazu, dass nach längerem Beschuss das erste Gitter (siehe auch Abbildung ??) Schaden nahm. Dieses wurde ausgetauscht und der Impulsformer erneut justiert. Durch Einsatz eines neuen Gitters erhöhte sich die Transmission des Aufbaus auf 59%. Um weiteren Schäden vorzubeugen, wurde der Impulsformer an den Anfang der Verstärkerkette versetzt.

4.7 Impulsformung vor Verstärkung

Um die Experimente mit phasenmodulierten Laserimpulsen durchzuführen, wurden diese direkt nach dem Oszillator geformt und dann verstärkt. Untersuchungen von Stobrawa haben ergeben, dass es bei einer sinusförmigen Modulation der spektralen Phase zu einer periodischen Amplitudenmodulation des Spektrums kommt [30]. Diese kann ein System, welches nahe an der Zerstörschwelle läuft, schädigen. Um keine Schäden am Verstärkersystem zu riskieren, wurden nur spektrale Phasenterme zweiter, dritter und vierter Ordnung aufgeprägt. Da beide Verstärker schon leicht in Sättigung arbeiten, standen für die Experimente prinzipiell die vollen 3,5 mJ zur Verfügung.

5 Messung der kritischen Leistung in Luft

Der Startpunkt für den Prozess der Filamentbildung ist die Selbstfokussierung durch den optischen Kerr-Effekt. Für diesen ist die kritische Leistung das charakteristische Merkmal. Sie entspricht der Leistung, die notwendig ist, um die natürliche Beugung eines parallelen Laserstrahls durch die optische Kerr-Selbstfokussierung auszugleichen. Damit ist die kritische Leistung einer der entscheidenden Parameter bei der Filamentbildung. Um die kritische Leistung zu messen, wurde von W. Liu und S.L. Chin in [39] ein vergleichsweise einfacher und kompakter Aufbau beschrieben.

5.1 Experimenteller Aufbau

Der Aufbau ist in Abbildung 5.1 zu sehen. Die Energie des Laserpulses kann



Abbildung 5.1: Schema des experimentellen Aufbaus. IF: Interferenzfilter für 350 nm

mittels einer $\lambda/2$ - Platte und zwei Polarisatoren von 60 μ J bis 2,4 mJ variiert werden. Danach wird der Stahl mit einer 300 mm Linse (Durchmesser: 31,5 mm, Firma LINOS) in Luft fokussiert. Da die Brennweite recht kurz ist, können die Moleküle leicht ionisiert werden. Insbesondere liegen die Stickstoffmoleküle innerhalb des Filaments im ionischen Grundzustand und im angeregten ionischen Zustand vor. Der anschließende radiative Zerfall führt zu einer Fluoreszenz von N₂⁺ ($B^2\Sigma_u^+ \rightarrow X^2\Sigma_g^+$) und N₂ ($C^3\Pi_u \rightarrow B^3\Pi_g$), wobei letztere beobachtet wurde. Die Banden liegen in einem Bereich von 300-420 nm. Mittels der Beobachtung dieser Fluoreszenz konnte die effektive Länge der Filamente in Luft bestimmt werden [40].

Senkrecht zur Propagationsrichtung des Lasers wurde die Stickstofffluoreszenz mit einer CCD-Kamera (Nikon D50) im Bereich des Fokus aufgenommen. Zur Abbildung diente ein 50 mm Objektiv (Carl Zeiss Jena). Das gestreute Licht des Lasers wurde durch einen Interferenzfilter ($\lambda = 350$ nm mit 8 nm Bandbreite) geblockt, so dass nur das Fluoreszenzlicht detektiert wurde. Die Leistung des Pulses wurde mit einem Leistungsmesser nach der Linse bestimmt und dann in Energien umgerechnet. Das Resultat der Messung ist in Abbildung 5.2 zu sehen.



Abbildung 5.2: Abhängigkeit der Fokusposition von der Pulsenergie. Die Belichtungszeit der Kamera wurde individuell angepasst. Laser von links kommend.

5.2 Ergebnisse

Aus der Fluoreszenz konnte der Intensitätverlauf entlang der Propagationsachse ermittelt werden. In Abbildung 5.3 ist dieser als Funktion der Entfernung für 3 verschiedene Pulsenergien aufgetragen. Die horizontale Achse entspricht den Pixeln der Kamera. Für die Auswertung ist es nicht notwendig die Achse zu kalibrieren, wie im Weiteren ersichtlich wird. Um die Mittenposition der Ver-



Abbildung 5.3: Fluoreszenz des Stickstoffs entlang des Strahls. Energie des Laserpulses (a) 0,29 mJ, (b) 0,67 mJ und (c) 1,60 mJ. Schwarze Punkte entprechen experimentellen Werten, rote Kurven stellen Gauss-Fit dar. Laser von links kommend.

teilung zu bestimmen, wurde eine Gauss-Funktion an die Messwerte angepasst. Bei höheren Pulsenergien passt der Fit nicht ganz so gut, wie bei niedrigeren. Das kann an der Pulsdeformation bei der Ausbreitung liegen. Die Spitzenposition lässt sich aber dennoch gut bestimmen. Wie man leicht sieht, bewegt sie sich von rechts nach links auf kleinere Pixelpositionen zu. Qualitativ ist dies in Abbildung 5.2 schon sehr deutlich zu erkennen. Die Positionen der Maxima als Funktion der Pulsenergie ist in Abbildung 5.4 dargestellt. Es ist ein deutlich



Abbildung 5.4: Pixelposition des Fluoreszenzmaximums des Plasmafokus über der Energie (logarithmische Skala). Der Schnittpunkt der beiden Geraden liegt bei einer Energie von 0,64 mJ.

veränderter Verlauf der Fokusbewegung ab 0,64 mJ zu sehen. Das der Fokus schon bei kleineren Energien wandert, hängt vermutlich mit der starken Fokussierung zusammen. Unter Benutzung einer Linse mit größerer Brennweite ist dieser Effekt nicht zu finden (vgl. [39]). Es war aber nicht möglich eine solche zu benutzen, da dann auch die Intensität der Fluoreszenz abgenommen hätte. Diese wäre mit der gegebene Kamera bei kleiner Pulsenergie (<0,5 mJ) nicht mehr vom Rauschen zu trennen gewesen.

Die Pulsdauer wurde mittels SHG-FROG gemessen und beträgt 59 fs (siehe Abbildung 5.5).

Die kritische Leistung für einen 59 fs Puls ergibt sich zu

$$P_{kr} = \frac{0,64 \text{ mJ}}{59 \text{ fs}} = 10,8 \text{ GW}.$$

Im Falle einer externen Fokussierung verschiebt sich die Fokusposition wegen der Selbstfokussierung, wenn die Spitzenleistung größer als die kritische Leistung ist. Die Verschiebung ist durch die Linsenformel gegeben

$$f' = \frac{f \cdot z_{sf}}{f + z_{sf}},\tag{5.1}$$

dabei ist z_{sf} der Ort der Selbstfokussierung eines parallelen Gauss-Strahls aus der Gleichung 2.7 von Marburger. Die Formel ist aber nur für Werte $P > P_{krit}$ interessant, da die Fokusposition für Werte $P < P_{krit}$ unverändert bleiben sollte.



Abbildung 5.5: Zeitlicher und spektraler Verlauf der benutzten Pulsform. Die spektrale Phase schwankt weniger als 0,5 rad und somit ist der Laserpuls praktisch bandbreitenbegrenzt. Die Pulsdauer beträgt 59 fs.

Um zu sehen, dass die obige Auswertung ausreichend ist, wurde die kritische Leistung als freier Parameter in Gleichung 5.1 gelassen und diese dann an die Messwerte angepasst. Das Ergebnis ist in Abbildung 5.6 zu sehen. Als kritische



Abbildung 5.6: Position des Fluoreszenzmaximums des Plasmafokus über der Energie (logarithmische Skala). Die kritische Leistung wurde als freier Parameter mit der Formel von Marburger an die Messwerte gefittet.

Leistung ist ein Wert von $(11, 0 \pm 1, 6)$ GW abzulesen. Dies ist die Bestätigung dafür, dass eine Kalibrierung nicht notwendig war. Dieser Wert stimmt sehr gut mit dem ermittelten Wert P_{kr}=10 GW für einen 42 fs Laserpuls, $\lambda = 800$ nm in [39] überein.

6 Einfluss von phasenmodulierten Laserpulsen auf die spektrale Formung von Superkontinua

Ein großer Vorteil der Erkundung der Erdatmosphäre mittels LIDAR ist das breite Spektrum der benutzten Lichtquelle, welches von 200 nm bis $4.5 \ \mu m$ reichen kann [27]. Dieses entsteht, wie in Kapitel 2.5 dargestellt, im wesentlichen durch Selbstphasenmodulation des Laserpulses. Daraus ergibt sich die Frage, ob es möglich ist die Selbstphasenmodulation so zu beeinflussen, dass man das Spektrum des Weißlicht-Laserpulses steuern kann. Dies wurde schon bei den ersten Experimenten versucht. So haben J. Kasparian, R. Sauerbrey et al. in [27] gezeigt, dass durch Variation des Abstandes der Gitter im Pulskompressor, die Intensität des Spektrums im nahen Infrarot gesteuert werden kann. Durch Wahl eines geeigneten Gitterabstandes konnte die spektrale Intensität bei 3 μ m um 25% gegenüber der Stellung für den kürzesten Laserpuls gesteigert werden. Dem gegenüber nahm die spektrale Intensität bei 1.7 μ m um 40% ab. Bei einer Variation des Gitterabstandes in einem Laserpulskomressor wird im wesentlichen nur die spektrale Phase zweiter Ordnung moduliert. Um definierte Modulationen höhere Ordnungen vorzunehmen braucht man dagegen einen Impulsformer.

6.1 Theoretische Vorüberlegungen

Vor etwa zehn Jahren wurden Untersuchungen zum Einfluss der spektralen Phase auf die Selbstphasenmodulation in Glas durchgeführt [41]. Nibbering et al. haben die Änderung des Spektrums eines Laserpulses nach Propagation durch BK7 Glas theoretisch und experimentell untersucht. Mittels eines iterativen Algorithmus war es möglich, aus dem gemessenen Spektrum auf die spektrale Phase des Laserpulses zu schließen.

Um einen Zusammenhang zwischen spektraler Phase und Selbstphasenmodulation ableiten zu können, wurden mit dem Softwarepaket "Lab2" [42] für die Labview Umgebung (Firma National Instruments) Simulationen durchgeführt. Eine Übersicht über das virtuelle Experiment ist in Abbildung 6.1 gegeben. Ganz links ist der Laser zu sehen. Dieser generiert Laserpulse mit einer Mittenwellenlänge $\lambda_0 = 812$ nm, einer Bandbreite (FWHM) von $\Delta\lambda=19$ nm und einem zeitlichen Gauss-Profil. Der Laserpuls ist bandbreitenbegrenzt und hat eine Pulsdauer von ca. 50 fs. Die Energie ist an das kHz-Lasersystem angepasst und beträgt 2,7 mJ. Der Strahldurchmesser wurde auf 4 mm festgelegt.



Abbildung 6.1: Aufbau des virtuellen Experiments. Erläuterungen: siehe Text.

Die Anzahl der Abtastpunkte für die Berechnungen wurde auf $2^{14} = 16384$ Punkte gesetzt um eine ausreichende Genauigkeit der Ergebnisse zu gewährleisten. Offensichtlichen Rechenfehlern, wie der falschen zeitliche Darstellung der Pulse, konnte somit vorgebeugt werden. Der Parameter *balanced* steht für einen Kompromiss zwischen Abtastung des spektralen und des zeitlichen Verlaufs. Danach wird dem Laserpuls durch den Pulsformer die gewünschte Phase aufgeprägt. Für die Untersuchungen wurden Phasenterme der zweiten, dritten und vierten Ordnung ausgewählt. Der nächste Baustein ist die nichtlineare Propagation in Luft. Hierbei werden die dispersiven Eigenschaften, sowie die Selbstphasenmodulation berücksichtigt. Die Wegstrecke wurde auf 30 mm festgesetzt. Zur Beschreibung eines qualitativen Effekts hat sich dieser Wert als günstig erwiesen. Nach der Wechselwirkung wurden die zeitlichen und spektralen Intensitäten mit den entsprechenden Werkzeugen gemessen.

Die Ursache für den Einfluss der spektralen Phase auf die Selbstphasenmodulation ist dieselbe, wie die für die Modulation des Spektrums. Wie in Kapitel 4.5 dargestellt, führt die zeitabhängige nichtlineare Phase, die durch die SPM verursacht wird, zu Interferenzen zwischen gleichen Momentanfrequenzen, die zu unterschiedlichen Zeiten erzeugt werden. Bei einem nicht bandbreitenbegrenzten Puls interferiert die Eingangsphase mit nichtlinearen Phasen, die durch die SPM aufgeprägt werden. Daraus entsteht eine andere Modulation des Spektrums.

Die Größe der Phasenterme wurde so gewählt, dass man einen entsprechenden Effekt sehen kann.

Wenn alle Phasenterme Null sind, das heißt der Puls bandbreitenbegrenzt ist, ist das Spektrum nach der Ausbreitung symmetrisch verbreitert (siehe Abbildung 6.2).



Abbildung 6.2: Veränderung des Spektrums durch Selbstphasenmodulation. Oberes Bild: zeitlicher Verlauf, unteres Bild: Spektrum nach Ausbreitung durch 30 mm Luft. Der Eingangslaserpuls ist bandbreitenbegrenzt und hat eine Pulsdauer von ca. 50 fs bei einer Mittenwellenlänge von 812 nm.

6.1.1 Einfluss des kubischen Phasenterms

Der Einfluss der aufgeprägten kubischen spektralen Phase auf die Selbstphasenmodulation ist in Abbildung 6.3 veranschaulicht. Sie hat eine asymmetrische Verbreiterung des Spektrums zur Folge. Positive Phasenterme erweitern den roten Anteil des SPM-Spektrums, während negative Terme einen stärkeren blauen Anteil um den Bereich der Mittenfrequenz generieren. In den Randbereichen des Spektrums ist es genau andersherum. Dort sorgt der positive Phasenterm für eine Verbreiterung des Spektrums in den blauen Bereich, während der negative Phasenterm für eine Verbreiterung in den roten Spektralbereich sorgt. Die Intensität in den Randbereichen des Spektrums ist dabei aber sehr gering.

6.1.2 Einfluss der quadratischen und biquadratischen Phasenterme

Im Gegensatz zu dem kubischen Term liefern die Terme zweiter und vierter Ordnung symmetrische Beiträge zur Verbreiterung des Spektrums. Die zeitabhängige Frequenzverschiebung durch die SPM addiert sich zu einem positiven Eingangschirp und macht dadurch die spektrale Verbreiterung wesentlich ausgeprägter als bei einem bandbreitenbegrenzten Puls. Im Falle eines negativen Eingangschirps wirkt dieser der SPM derart entgegen, dass sich das Spektrum



Abbildung 6.3: Wie Abbildung 6.2 nur mit positiver (a) und negativer (b) kubischer Eingangsphase von $\pm \phi_3(\omega) = 2 \cdot 10^5 \text{fs}^3 \text{rad}^{-3}$.



Abbildung 6.4: Wie Abbildung 6.2 nur mit positiver (a) und negativer (b) quadratischer Eingangsphase von $\pm \phi_2(\omega) = 1 \cdot 10^3 \text{fs}^2 \text{rad}^{-2}$.

verengt. Die zeitliche Intensität hängt jedoch nicht von den Vorzeichen der geraden Phasenterme ab. Dies ist in Abbildung 6.4 für eine quadratische Eingangsphase und in Abbildung 6.5 für ein biquadratische Eingangsphase zu sehen.



Abbildung 6.5: Wie Abbildung 6.2 nur mit positiver (a) und negativer (b) biquadratischer Eingangsphase von $\pm \phi_4(\omega) = 2 \cdot 10^7 \text{fs}^4 \text{rad}^{-4}$.

Im Falle einer Ionisation des Mediums kommt es, wie in Kapitel 2.5 dargestellt, aufgrund des negativen Vorzeichens des Beitrags der freien Elektronen zum Brechungsindex zu einer Blauverschiebung des Spektrums. Für Laserpulse mit einer Pulsdauer von unter 100 fs spielt außerdem die Intensitätsabhängigkeit der Gruppengeschwindigkeit eine Rolle. Diese führt dazu, dass die Hinterflanke auf den mittleren Teil des Pulses aufläuft und sie sich somit aufsteilt. Daraus resultiert ebenfalls eine Blauverschiebung (siehe auch Gleichung 2.18).

6.2 Experimenteller Aufbau

Die Laserpulse wurden aus dem fs-Oszillator kommend mit dem Impulsformer spektral geformt und dann mit den beiden Titan:Saphir-Verstärkern auf 3,5 mJ verstärkt. Die Repetitionsrate lag bei 1,03 kHz. Für die FROG-Messung wurde ein Teil des Laserpulses mit einem 1:10 Strahlteiler ausgekoppelt und über Glasplatten abgeschwächt. Für die eigentlichen Experimente standen ca. 2,7 mJ Pulsenergie zur Verfügung. Um den Einfluss der spektralen Phase auf die Ausbreitung der Filamente zu



Abbildung 6.6: Schema der verwendeten Lernschleife. Durch die Variation der Phasenmodulation des Eingangsimpulses und anschließender Verstärkung, wird mit Hilfe eines Optimierungsalgorithmus versucht, ein experimentell abgeleitetes Rückkopplungssignal gezielt zu beeinflussen.

untersuchen, wurden evolutionäre Algorithmen verwendet. Diese sind in dem Softwarepaket "Lab2" enthalten und im Vergleich zu dem Simplex Downhill Algorithmus robust gegen statistisches Rauschen [43]. Dieses wurde durch Turbulenzen in der Luft, ein zeitlich periodisches Schwanken der Pumplaser im Verstärkersystem und durch den nichtlinearen Prozess der Filamentbildung in Luft an sich hervorgerufen. Für die Messungen wurde der Aufbau, der in Abbildung 6.7 schematisch zu sehen ist, genutzt. Der phasenmodulierte Laserpuls wurde mit Hilfe des in Kapitel 4.5 beschriebenen Teleskops leicht fokussiert. Aufgrund der Platzverhältnisse im Labor war ein Kompromiss zwischen Brennweite der Fokussierung und Platzierung der Glasplatten, die zum Abschwächen des Laserpulses dienen, zu finden. Ist die Brennweite des als Linse wirkenden Teleskops zu groß eingestellt, beschädigt der intensive Weißlicht-Laserpuls die Oberfläche der ersten Glasplatte. Ist die Brennweite aber zu kurz eingestellt, ist es nicht gelungen hinreichend lange Filamente zu erzeugen.

Für die Optimierungen auf verschiedene Wellenlängenbereiche wurden nach den beiden Glasplatten verschiedene Interferenzfilter in den Strahlengang gebracht. Diese hatten eine spektrale Bandbreite von ca. 10 nm. Das so gefilterte Weißlicht wurde mit einem Objektiv (Modell: tarcus TV Lens, f=25 mm, F=1,4) in die Glasfaser (Durchmesser: 400 μ m) des Spektrometers, welches schon für die Voruntersuchungen in Kapitel 4.5 benutzt wurde, eingekoppelt. Über ein,



Abbildung 6.7: Schema des Experiments. Der Laser kommt von links und hat eine Energie von 2,7 mJ bei einer Mittenwellenlänge von λ =812 nm und einer spektralen Bandbreite von ca. 19 nm. Die spektrale Phase des Laserpulses wurde von dem Impulsformer vor der Verstärkung moduliert. Der erzeugte Weißlicht-Laserpuls wird über zwei Glasplatten abgeschwächt und mit Hilfe eines Interferenzfilters (IF) der gewünschte Spektralbereich ausgewählt. Dieses Signal wird mit einem Objektiv in das Glasfaserspektrometer eingekoppelt und dient dem Optimierungsalgorithmus als Rückkopplung. Weitere Erläuterungen im Text.



Abbildung 6.8: Photo von dem experimentellen Aufbau.

in Zusammenarbeit mit Sebastian Höfer, selbstgeschriebenes Programm wurde das Signal ausgelesen. Dieses diente als Rückkopplung für den evolutionären Algorithmus. Die Taylorterme zweiter, dritter und vierter Ordnung waren die freien Parameter, die optimiert werden sollten. Um sicherzustellen, dass die erhaltenen Terme möglichst ein globales Maximum darstellen und nicht nur ein lokales, wurde das Rückkopplungssignal beobachtet. Änderte sich dieses über eine größere Anzahl von Iterationen nicht mehr, wurde das Experiment beendet. Dies dauerte meist ca. 45 min und der Algorithmus durchlief dabei 50 Iterationen. Mit den nun ermittlelten Phasentermen wurden eine FROG-Spur aufgenommen und das erzeugte Weißlichtspektrum aufgenommen. Da dessen Intensität im sichtbaren Bereich über die Dynamik des Spektrometers (14 bit) hinausging, wurde es selektiv abgeschwächt. Für den Spektralbereich um 800 nm wurden zwei Graufilter (Melles Griot: Transmission T=0,035% und T=30%) benutzt und für den Bereich des sichtbaren Lichtes, wurde der starke Nahinfrarotanteil mit einem 2" dielektrischen Breitbandspiegel ($\lambda_0 = 816nm$, für Einfallwinkel gleich Null Grad) geblockt und mit einem Graufilter (Melles Griot: Transmission T=1,6%) weiter abgeschwächt. Für die Auswertung wurden für jeden der beiden Bereiche 100 Spektren aufgenommen. Da diese aufgrund von äußeren Einflüssen sehr stark in der Intensität schwankten, wurden von den 100 Spektren die Intensivsten (Summantion über alle Wellenlängen) ausgewählt. Dabei wurde darauf geachtet, dass die Intensitäten in einem Intervall von 10% um den Mittelwert der Auswahl liegen. So konnten für die verschiedenen Optimierungen jeweils 12 bis 27 Spektren arithmetisch gemittelt werden.

6.3 Formung des Superkontinuums durch evolutionäre Algorithmen

Für die nachfolgenden Experimente wurden Interferenzfilter mit einer Mittenwellenlänge von 375nm (Opt375), 427nm (Opt427) und 575nm (Opt575) benutzt. Die Intensität des Spektrums im Bereich des Interferenzfilers war das Rückkopplungssignal für den evolutionären Algorithmus, welches maximiert werden sollte. Zum Vergleich wurde ein sehr kurzer Puls erzeugt (OptSHG; Maximierung der SHG). Die Spektren der Weißlicht-Laserpulse sind in Abbildung 6.9 zu sehen. Auch wenn die Spektren wegen der Schwankungen im Rückkopplungssignal nicht immer in dem gegeben Bereich maximiert werden konnten, so können doch Rückschlüsse auf den Einfluss der aufgeprägten Phase gezogen werden. Die Spektren im linken Bild lassen sich in zwei Gruppen einteilen: OptSHG und Opt575 sowie Opt375 und Opt427. Während die zuerst genannten ein sehr intensives, in den roten Spektralbereich verbreitertes Spektrum aufweisen, ist dies in der zweiten Gruppe weniger stark ausgeprägt. Hier ist das Spektrum symmetrisch um die Mittenwellenlänge von 812 nm verbreitert. In der rechten Grafik der Abbildung 6.9 zeigt sich ein anderes Bild. Die Optimierung Opt575 erzeugt über einen weiten Bereich das intensivste Spektrum, reicht aber nicht so weit in das Ultraviolette hinein, wie Opt375. Beide Optimierungen zeigen um den Faktor 2 bis 4 höhere Intensitäten im sichtbaren Spektralbereich als die Spektren, die mit der Optimierung auf maximale SHG



Abbildung 6.9: Gemittelte Spektren für die jeweiligen Optimierungen. Schwarze Kurve: Optimierung auf SHG; Rote Kurve: Optimierung bei 375 nm; Blaue Kurve: Optimierung bei 427 nm; Grüne Kurve: Optimierung bei 575 nm. Für die Spektren oben wurde mit zwei Graufiltern (T=0,035% und T=30%) und für die Spektren unten mit einem Dielektrischen Breitbandspiegel ($\lambda_0 = 816$ nm) und einem Graufilter (T=1,6%) abgeschwächt. Weitere Erläuterung sind im Text gegeben.

erhalten wurden. Opt427 und OptSHG haben über einen weiten Bereich den gleichen Verlauf, jedoch knickt das Signal von Opt427 bei höheren Wellenlängen ein.

Die im Folgenden gefundenen Zusammenhänge zwischen der aufgeprägten Phase und dem resultierenden Spektrum bedürfen einiger Annahmen, die aber durch die Ergebnisse gerechtfertigt werden. Für eine systematische Untersuchung wäre es von Vorteil, wenn der Impulsformer nach der Verstärkerkette stehen würde. So wäre eine direkte Phasenmodulation der Laserpulse möglich. Aus oben genannten Gründen musste der Impulsformer aber an den Anfang der Verstärkerkette rücken. Inwieweit die Phasenmodulation so den Verstärkungsprozess an sich beeinflusst, ist, da beide Verstärker leicht in Sättigung laufen, nicht so einfach abschätzbar. Die Benutzung eines SHG-FROG zieht weitere Schwierigkeiten nach sich. Durch den Prozess der Summenfrequenzbildung gehen die Vorzeichen der Phasenterme verloren. Für die Beeinflussung der SPM ist aber gerade das Vorzeichen wichtig. Diese beiden Probleme können aber gelöst werden. Die Messung des SHG-FROG liefert zwar nicht das Vorzeichen der Phasenterme, aber die Einstellungen an dem Impulsformer könnten dies leisten. In der nachfolgenden Tabelle 6.1 sind Werte für die Phasenterme, die am SLM eingestellt wurden aufgelistet und in Tabelle 6.2 die Werte, die aus der FROG-Messung hervorgegangen sind. Die Vorzeichen werden dabei durch

OptSHG	Opt375	Opt427	Opt575
-870 fs^2	$-1740 \ {\rm fs}^2$	-1340 fs^2	-1325 fs^2
$1,\!35{\cdot}10^5~{ m fs}^3$	$6{,}6{\cdot}10^4~\mathrm{fs}^3$	$5{,}8{\cdot}10^4~\mathrm{fs}^3$	$6,7{\cdot}10^4$ fs ³
$3,\!67{\cdot}10^6~{ m fs}^4$	$2,32{\cdot}10^6 {\rm ~fs^4}$	$2,24{\cdot}10^6 {\rm ~fs^4}$	$2,83 \cdot 10^6 \text{ fs}^4$

 Tabelle 6.1: Am SLM eingestellte Phasenterme als Resultate der verschiedenen Optimierungen.

das Programm², welches aus den FROG-Spuren den zeitlichen und spektralen Verlauf rekonstruiert, vorgegeben. Aus dem Vergleich der beiden Tabellen las-

OptSHG	Opt375	Opt427	Opt575
220 fs^2	$-140 \ {\rm fs}^2$	-33 fs^2	$-360 \ \mathrm{fs}^2$
$1080 \ \mathrm{fs}^3$	-260 fs^3	$1520 \ \mathrm{fs^3}$	$310 \ \mathrm{fs}^3$
$1{,}05{\cdot}10^4~\mathrm{fs}^4$	$1{,}17{\cdot}10^4~\mathrm{fs}^4$	$0{,}82{\cdot}10^4~\mathrm{fs}^4$	1,48 $\cdot 10^4 \mathrm{~fs^4}$

 Tabelle 6.2: Aus den FROG-Spuren ermittelte Phasenterme als Resultate der verschiedenen Optimierungen.

sen sich einige Aussagen ableiten.

Zum einen lässt sich das Vorzeichen des kubischen Phasenterms bestimmen. Wenn man die Phasen der einzelnen Optimierungen am SLM der Größe nach ordnet, ergibt sich die Reihenfolge Opt427, Opt375, Opt575, OptSHG. Wenn

²FROG Version 3.03, Femtosoft Technologies

angenommen wird, dass der charakteristische Verlauf während der Verstärkung erhalten bleibt, dann können die Werte aus der FROG-Messung nur in diese Reihenfolge gebracht werden, wenn der kubischen Wert von Opt427 negativ gewählt wird. Das Vorzeichen für Opt375 ist aber nicht mit Sicherheit zu bestimmen. Die Optimierungen OptSHG und Opt575 haben einen positiven kubischen Term und dies bedeutet zeitlich gesehen einen Nachpuls. Für die biquadratischen Terme erhält man nach obiger Überlegung für alle Optimierungen positive Werte. Für die quadratischen Terme ergibt sich ein negatives Vorzeichen für Opt375. Mit den Resultaten aus der Simulation lässt sich dies aus der weniger stark ausgeprägten Verbreiterung des Spektrums ableiten. Auf gleiche Weise kann für einen positiven quadratischen Term bei OptSHG und Opt575 argumentiert werden. Das Vorzeichen von Opt427 kann nicht mit Sicherheit festgelegt werden. Nachfolgend sind in der Tabelle 6.3 die korrigierten Phasenterme dargestellt. Die Beträge der Phasenterme sind dabei nur als

OptSHG	Opt375	Opt427	Opt575
$+220 \ {\rm fs}^2$	$-140 \ {\rm fs}^2$	$\pm 33 \ \mathrm{fs}^2$	$+360 {\rm ~fs^2}$
$+1080 \text{ fs}^3$	$\pm 260 \ {\rm fs}^3$	$-1520 \ {\rm fs}^3$	$+310 {\rm ~fs^3}$
$+1,05{\cdot}10^4 \text{ fs}^4$	$+1,17{\cdot}10^4 \text{ fs}^4$	$+0,82{\cdot}10^4 \text{ fs}^4$	$+1,48{\cdot}10^4 \text{ fs}^4$

_

 Tabelle 6.3: Aus den FROG-Messungen ermittelte Phasenterme mit korrigierten Vor

 zeichen für die verschiedenen Optimierungen.

Näherungen zu betrachten, da dass Ausgangsspektrum nicht ganz symmetrisch um die Mittenwellenlänge ist und es somit im zeitlichen Verlauf ein Unterschied existiert, ob z.B. der quadratische Phasenterm positiv oder negativ ist. Mit Hilfe dieser Annahmen und den daraus resultierenden Vorzeichen für die verschiedenen Phasenterme lassen sich die Spektren in Abbildung 6.9 mit unter Beachtung der Ergebnisse der Simulationen qualitativ deuten. Die positiven Vorzeichen der Phasenterme von OptSHG und Opt575 erzeugen ein sehr breites und intensives Spektrum. Dieses ist durch den positiven kubischen Phasenterm rotverschoben. Gleichfalls sorgt dieser aber auch für einen weitreichenden Blauanteil. Die Optimierungen Opt375 und Opt427 erfahren durch ihre kleineren quadratischen und biquadratischen Phasenterme eine weniger ausgeprägte Verbreiterung des Spektrums. Die große negative kubische Phase bei Opt427 sorgt für den charakteristischen Knick bei 600 nm. Die Phase, die bei Ausbreitung durch das Teleskop aufgesammelt wird, wurde für die qualitative Betrachtung nicht berücksichtigt. Sie wäre eine additive Konstante und würde die Charakteristik des Pulsverlaufes nur unwesentlich verändern. Die Phasenterme sind mit "Lab2" zur Vervollständigung berechnet worden und betragen 100 fs², 85 fs³ und -40 fs⁴.

Ein weiterer Effekt des Vorzeichens der Phase wird in Abbildung 6.10 deutlich. Während das Weißlicht-Spektrum von OptSHG und Opt575 recht ähnlich



Abbildung 6.10: Seitenansicht auf die Filamente. Von oben nach unten: Optimierung auf SHG, Optimierung auf 375 nm, Optimierung auf 427 nm, Optimierung auf 575 nm. Die Bilder sind mit einer Nikon D50 aufgenommen worden. Belichtungszeit ca. 20 Sekunden. Breite des Ausschnitts ca. 56 cm. Laser von links kommend.

verläuft, ist der Punkt, an dem die Filamentbildung einsetzt bei OptSHG leicht nach links, in Richtung des Teleskops, verschoben. Es ist somit bei geeigneter Wahl der Phasenterme möglich den Ort der Filamentbildung und dessen Länge in einem kleinen Bereich zu steuern. Der Einfluss des Chirps auf den Startpunkt der Filamentbildung, sowie die Anzahl der Refokussierungszyklen und damit die Länge des Filaments, wurden in [10] mittels Simulationen untersucht. Im Falle eines Chirps ergaben die Berechnungen ein späteres (räumlich) Einsetzten der Filamentbildung, und wenn dieser negativ war, kam es zu einer größeren Anzahl an Refokussierungszyklen und damit zur Bildung eines längeren Filaments. Der aus der FROG-Spur rekonstruierte und um das Vorzeichen des kubischen Phasenterms korrigierte zeitliche Verlauf ist in Abbildung 6.11 dargestellt. Die Pulsdauern für OptSHG, Opt427 und Opt575 liegen alle dicht beieinander. Dennoch unterscheiden sich diese drei Messungen erheblich im Weißlichtspektrum und bei der Filamentbildung. Daraus lässt sich schlussfolgern, dass die Pulsdau-



Abbildung 6.11: Zeitlicher Verlauf der geformten Laserpulse. Pulsdauer für OptSHG: 58 fs; Pulsdauer für Opt375: 72 fs; Pulsdauer für Opt427: 56 fs; Pulsdauer für Opt575: 53 fs.

er bei phasenmodulierten Laserpulsen keine geeignete Größe zur Beschreibung der Ausbreitungscharakteristik ist. Vielmehr ist das komplexe Zusammenspiel der unterschiedlichen Phasenterme für diese verantwortlich.

Für genauere Aussagen wären umfangreiche Simulationen mit besseren Modellen notwendig. Dabei wäre man nicht mehr auf evolutionärer Algorithmen zur Formung des Superkontinuums angewiesen, sondern könnte direkt die entsprechende Pulsform einstellen. Für die weitere Arbeit wäre der Aufbau eines SPIDER zur eindeutigen Charakterisierung der Laserpulse vor der Filamentbildung notwendig. Da mittels SPIDER Einzelschussmessungen vorgenommen werden können, kann dann auch der Weißlicht-Laserpuls selbst charakterisiert werden. Dies war aufgrund der starken Schwankungen mit einem Multischuss-Verfahren, wie es hier benutzt wurde, nicht möglich.

7 Einfluss der Phasenmodulation auf das räumliche Strahlprofil der Weißlicht-Laserpulse

Für die nachfolgende Untersuchung wurde ein zu Abbildung 6.7 ähnlicher Aufbau benutzt. Die Einkopplung in das Faserspektrometer wurde gegen eine triggerbare Farbkamera (DFx 21BF04 Firma The Imaging Source) ausgetauscht. Diese konnte mit einer Bildrate von 30 Bildern pro Sekunde und einer Belichtungszeit von unter 1/1000 s das räumliche Strahlprofil des Weißlicht-Laserpulses aufnehmen. Das Objektiv (Modell: tarcus TV Lens, f=25 mm, F=1,4) diente zur Abbildung des Weißlicht-Laserpulses auf den CCD-Chip. Der starke Nahinfrarotanteil des Laserspektrums wurde wieder mit dem dielektrischen Breitbandspiegel abgeschwächt. Eine nicht repräsentative Auswahl der Strahlprofile für einen 60 fs Eingangspuls ist in Abbildung 7.1 gegeben. Hier sind die starken



Abbildung 7.1: Räumliches Strahlprofil des Weißlicht-Laserpulses aufgenommen mit einer CCD-Kamera. Dazu wurde der Laserpuls über zwei Glasplattenreflexe abgeschwächt. Der starke Nahinfrarotanteil wurde mit einem dielektrischen Breitbandspiegel ($\lambda_0 = 816$ nm) geblockt. Belichtungszeit: 1/5000 Sekunde.

räumlichen, wie auch spektralen Schwankungen gut zu erkennen. Bemerkenswert ist, dass es zur Ausbildungen von bis zu zwei Filamenten kommen kann, wobei deren Position zueinander sehr stark variiert. Das es überhaupt zur gleichzeitigen Ausbildung von zwei Filamenten kommt, liegt an dem Strahlprofil des kHz-Lasersystems (siehe Abbildung 7.2 links). Dieses ist durch zwei Intensitätsmaxima gekennzeichnet, welche auf einen Schaden im Aufweitteleskop eines der Pumplaser für den zweiten Verstärker zurückzuführen sind. Dieser wurde inzwischen behoben. Um zu demonstrieren, dass es zur Ausbildung von zwei



Abbildung 7.2: Räumliches Strahlprofil des Laserpulses direkt nach dem fokussierenden Teleskop (links, Photopapier). Dieses führt zur Ausprägung von bis zu zwei Filamenten (rechts). Für das rechte Bild wurde ein Stück Aluminiumfolie ca. 20 cm nach Beginn der Filamentbildung für ca. eine Sekunde in dieses gestellt. Das 50 cm lange Filament blieb dabei erhalten.

Filamenten nebeneinander kommt, wurde ein Stück Aluminiumfolie ca. 20 cm nach dem Beginn der Filamentbildung für ca. eine Sekunde in dieses gestellt (Abbildung 7.2 rechts). Es sind deutlich zwei Löcher, die den Durchtritt des Laserpulses durch die Folie markieren, zu sehen. Diese sind von einem weniger intensiven Hintergrund umgeben. Dies ist ein experimentelle Beweis für das in Kapitel 2.4 angeführte Photonenreservoir. Der mittlere Abstand der beiden Filamente liegt in der Größenordnung von 500 μ m. Entgegen Beobachtungen in [23] wurde das Filament nach der selbstgeschaffenen Blende nicht zerstört. Dies kann an der stärkeren externen Fokussierung liegen.

Im folgenden wurde versucht die beiden Filamente mittels evolutionärer Algorithmen durch Phasenmodulation zu steuern. Für das Rückkopplungssignal wurde das von der Farbkamera aufgenommene Bild mit einem vorgegebenen Muster mit der logischen Operation *UND* verknüpft. Die Anzahl der übereinstimmenden Pixel war der zu maximierende Parameter. Es wurde versucht, die beiden Filamente nebeneinander und übereinander anzuordnen. Am Ende der Optimierung befanden sich die beiden Weißlicht-Laserpulse immer übereinander und der Eingangslaserpuls besaß eine vergrößerte Pulsdauer von 80 fs. Zum Vergleich der räumlichen Strahlprofile eines 60 und eines 80 fs Eingangslaserpulses wurden mit der Farbkamera ca. 5000 Bilder aufgenommen und dann mit der Software Giotto kumuliert, d.h. es wurde immer der hellsten Wert eines jeden einzelnen Pixels aus den 5000 Bildern ausgewählt (Abbildung 7.3). Hier sind die starken Schwankungen bei einer Pulsdauer von 80 fs gewichen. Diese



Abbildung 7.3: Kumulierte Bilder für einen 60 fs langen Laserpuls (links) und das Ergebnis einer Optimierung mittels eines evolutionären Algorithmus (rechts). Die Bilder sind aus jeweils 5000 Einzelbildern mit dem Programm Giotto kumuliert worden. Die Belichtungszeit liegt bei 1/5000 s.

liegen aber im Gegensatz zu den beiden Filamenten übereinander. Dies könntet bedeuten, dass sich die beiden Weißlicht-Laserpulse umeinander geschlungen haben. Eine abschließende Erklärung konnte aber nicht gefunden werden.

8 Zusammenfassung

Im Rahmen der Diplomarbeit wurde die Ausbreitung von phasenmodulierten hochintensiven Laserpulsen in Luft untersucht. Den Schwerpunkt bildete dabei der Einfluss der Laserpulsform auf das generierte Weißlicht-Spektrum, welches durch einfache Simulationen qualitativ interpretiert werden konnte.

Um die Experimente durchzuführen wurde der vorhandene Laserimpulsformer, auf Basis des Lichtmodulators Jenoptik SLM-S 640/12, zusammen mit Marcus Beutler, in die Verstärkerkette am kHz-Laserlabor eingebaut. Der anfänglich befürchtete höhere Aufwand bei der Justierung des gesamten Lasersystems ist nicht eingetreten.

Am Beginn der Untersuchungen stand die experimentelle Ermittlung der Minimalbedingungen, unter denen noch Filamentbildung zu beobachten war. Die Energie hierfür betrug 1,4 mJ, bei einer Pulsdauer von ca. 60 fs. Damit sollte die Gesamtleistung des Lasersystem für die Ausbildung von ein bis zwei Filamenten ausreichend sein. Bei freier Propagation in Luft hätte sich das Filament aber erst in einer Entfernung von 50 m gebildet. Für die Experimente war deshalb immer eine schwach fokussierende Optik notwendig.

Ein zentraler Begriff bei der Bildung der Filamente ist die kritische Leistung. Um diese experimentell zu messen wurde der Laserpuls mittels eines variablen Abschwächers in seiner Energie variiert und dann von einer 30 cm Linse in Luft fokussiert. Die Position der Stickstofffluoreszenz wurde mit einer Kamera bestimmt. Aus der charakteristischen Verschiebung des Ortes der Fluoreszenz konnte die kritische Leistung ermittelt werden. Diese beträgt für einen 60 fs Puls in Luft 11 GW.

Nachdem Erfahrungen bei der Aufnahme des sich in der Intensität über viele Größenordnungen erstreckenden Weißlicht-Spektrums gesammelt wurden, konnte mit der Formung des Superkontinuums begonnen werden. Als zweckmäßig erwies sich dabei die Benutzung von evolutionären Algorithmen zur Ermittlung der optimalen Laserpulsform. Optimal heißt in diesem Zusammenhang, dass die Intensität des Spektrums in einem bestimmten Bereich maximiert wurde. Teilweise trat im Vergleich zu dem Spektrum des kürzesten Pulses eine Verstärkung um bis zu einen Faktor 4 auf. Der Laserpuls wurde anschließend mit der Methode des SHG-FROG charakterisiert. Aufgrund der Symmetrie im Prozess der Summenfrequenzerzeugung ergab sich eine Unbestimmtheit im Vorzeichen der spektralen Phase und somit der Zeitrichtung. Diese ist aber entscheidend, wie Simulationen gezeigt haben. Unter Einbeziehung dieser Ergebnisse und mit nachvollziehbaren Annahmen konnte dieses dennoch bestimmt werden. Der nächste Schritt wäre nun die Erweiterung von Lasersystemen wie dem Teramobil [9] um die Möglichkeit der Laserpulsformung. Damit könnten die Ergebnisse, die im Labor gefunden wurden auch auf größeren Propagationslängen untersucht und angewendet werden. Anwendungen wie LIDAR und LIBS (engl. light induced breakdown sprectroscopy) könnten ebenfalls davon profitieren.

Literatur

- BRAUN, A., KORN, G., LIU, X., DU, D., SQUIER, J., AND MOUROU, G. Self-channeling of high-peak-power femtosecond laser pulses in air. *Optics Letters 20* (1995), S. 73–75
- [2] NIBBERING, E. T. J., CURLEY, P. F., GRILLON, G., PRADE, B. S., FRANCO, M. A., SALIN, F., AND MYSYROWICZ, A. Conical emission from self-guided femtosecond pulses in air. *Optics Letters 21* (1996), S. 62–64
- [3] BRODEUR, A., CHIEN, C. Y., ILKOV, F. A., CHIN, S. L., KOSAREVA, O. G., AND KANDIDOV, V. P. Moving focus in thepropagation of ultrashort laser pulses in air. *Optics Letters 22* (1997), S. 304–306
- [4] WÖSTE, L., WEDEKIND, C., WILLE, H., RAIROUX, P., STEIN, B., NIKO-LOV, L., WERNER, C., NIEDERMEIER, S., SCHILLINGER, H., AND SAU-ERBREY, R. Femtosecond Atmospheric Lamp. *Laser und Optoelektronik* 29 (1997), S. 51
- [5] LA FONTAINE, B., VIDAL, F., JIANG, Z., CHIEN, C. Y., COMTOIS, D., DESPAROIS, A., JOHNSTON, T. W., KIEFFER, J.-C., PÉPIN, H., AND MERCURE, H. P. Filamentation of ultrashort pulse laser beams resulting from their propagation over long distances in air. *Physics of Plasmas 6* (1999), S. 1615–1621
- [6] KASPARIAN, J., SAUERBREY, R., AND CHIN, S. L. The critical laser intensity of self-guided light filaments in air. Applied Physics B: Lasers and Optics 71 (2000), S. 877–879
- [7] KASPARIAN, J., RODRIGUEZ, M., MÉJEAN, G., YU, J., SALMON, E., WILLE, H., BOURAYOU, R., FREY, S., ANDRÉ, Y.-B., MYSYROWICZ, A., SAUERBREY, R., WOLF, J.-P., AND WÖSTE, L. White-Light Filaments for Atmospheric Analysis. *Science 301* (2003), S. 61–64
- [8] RODRIGUEZ, M., SAUERBREY, R., WILLE, H., WOSTE, L., FUJII, T., ANDRE, Y.-B., MYSYROWICZ, A., KLINGBEIL, L., RETHMEIER, K., KALKNER, W., AND KASPARIAN, J. Triggering and guiding megavolt discharges by use of laser-induced ionized filaments. *Optics Letters 27* (2002), S. 772–774

- [9] WILLE, H., RODRIGUEZ, M., KASPARIAN, J., MONDELAIN, D., YU, J., MYSYROWICZ, A., SAUERBREY, R., WOLF, J. P., AND WÖSTE, L. Teramobile: A mobile femtosecond-terawatt laser and detection system. *European Physical Journal Applied Physics 20* (2002), S. 183–190
- [10] NUTER, R., SKUPIN, S., AND BERGÉ, L. Chirp-induced dynamics of femtosecond filaments in air. Optics Letters 30 (2005), S. 917–919
- [11] STRICKLAND, D., AND MOUROU, G. Compression of amplified chirped optical pulses. *Optics Communications 56* (1985), S. 219–221
- [12] CHIN, S. L. The physics and the challenge of the propagation of powerful femtosecond laser pulses in optical media. *Physics in Canada 60* (2004), S. 273
- [13] BOYD, R. W. Nonlinear Optics. Academic Press, San Diego, 1992
- [14] PENNINGTON, D. M., HENESIAN, M. A., AND HELLWARTH, R. W. Nonlinear index of air at 1.053 microns. *Physical Review A 39* (1989), S. 3003–3009
- [15] SHIMOJI, Y., FAY, A. T., CHANG, R. S. F., AND DJEU, N. Direct measurement of the nonlinear refractive index of air. *Journal of the Optical Society of America B Optical Physics 6* (1989), S. 1994–1998
- [16] SCHAFFER, C. Interaction of Femtosecond Laser Pulses with Transparent Materials. Dissertation, Harvard University, Cambridge, 2000
- [17] KELDYSH, L. V. Ionization in the field of a strong electromagnetic waves. Soviet Physics JETP 20 (1965), S. 1307
- [18] PERELOMOV, A. M., POPOV, V. S., AND TERENT'EV, M. V. Ionization in atoms in an alternating electric field. *JETP Lett.* 23 (1966), S. 924
- [19] SKUPIN, S. Nonlinear Dynamics of Trapped Beams. Dissertation, Friedrich-Schiller-Universität, Jena, 2005
- [20] HELLWARTH, R. W. Third-order optical susceptibilities of liquids and solids. Prog. Quantum Electron 5 (1977), S. 1
- [21] CHIN, S. L. Some Fundamental Concepts of Femtosecond Laser Filamentation. Journal of the Korean Physical Society 49 (2006), S. 281–285

- [22] TALEBPOUR, A., YANG, J., AND CHIN, S. L. Semi-empirical model for the rate of tunnel ionization of N_2 and O_2 molecule in an intense Ti:sapphire laser pulse. *Optics Communications 163* (1999), S. 29–32
- [23] LIU, W., GRAVEL, J.-F., THÉBERGE, F., BECKER, A., AND CHIN, S. L. Background reservoir: its crucial role for long-distance propagation of femtosecond laser pulses in air. *Applied Physics B: Lasers and Optics 80* (2005), S. 857–860
- [24] MARBURGER, J. H. Self-focusing: theory. Prog. Quantum Electron. 4 (1975), S. 35
- [25] FUJIMOTO, M., AOSHIMA, S., AND TSUCHIYA, Y. Multiframe observation of an intense femtosecond optical pulse propagating in air. *Optics Letters* 27 (2002), S. 309–311
- [26] BERGÉ, L., SKUPIN, S., MÉJEAN, G., KASPARIAN, J., YU, J., FREY, S., SALMON, E., AND WOLF, J. P. Supercontinuum emission and enhanced self-guiding of infrared femtosecond filaments sustained by third-harmonic generation in air. *Physical Review E* 71, 1 (2005), S. 016602
- [27] KASPARIAN, J., SAUERBREY, R., MONDELAIN, D., NIEDERMEIER, S., YU, J., WOLF, J.-P., ANDRÉ, Y.-B., FRANCO, M., PRADE, B., TZORTZ-AKIS, S., MYSYROWICZ, A., RODRIGUEZ, M., WILLE, H., AND WÖSTE, L. Infrared extension of the super continuum generated by femtosecond terawatt laser pulses propagating in the atmosphere. *Optics Letters 25* (2000), S. 1397–1399
- [28] LE BLANC, S. P., AND SAUERBREY, R. Spectral, temporal and spatial characteristics of plasma-induced spectral blue shifting and its application to femtosecond pulse measurement. *Journal of the Optical Society of America B Optical Physics 13* (1996), S. 72
- [29] WEINER, A. M. Femtosecond pulse shaping using spatial light modulators. Review of Scientific Instruments 71 (2000), S. 1929–1960
- [30] STOBRAWA, G. Aufbau und Anwendungen eines hochauflösenden Impulsformers zur Kontrolle ultrakurzer Laserimpulse. Dissertation, Friedrich-Schiller-Universität, Jena, 2003

- [31] ASSION, A., BAUMERT, T., BERGT, M., BRIXNER, T., KIEFER, B., SEYFRIED, V., STREHLE, M., AND GERBER, G. Control of Chemical Reactions by Feedback-Optimized Phase-Shaped Femtosecond Laser Pulses. *Science 282* (1998), S. 919-+
- [32] ZEIDLER, D., FREY, S., KOMPA, K.-L., AND MOTZKUS, M. Evolutionary algorithms and their application to optimal control studies. *Physical Review A* 64, 2 (2001), S. 023420
- [33] GALLMANN, L. P. Generation and Characterization of Few-Femtosecond Optical Pulses. Dissertation, Swiss Federal Institut of Technology, Zürich, 2001
- [34] DELONG, K. W., TREBINO, R., HUNTER, J., AND WHITE, W. E. Frequency-resolved optical gating with the use of second-harmonic generation. Journal of the Optical Society of America B 11 (1994), S. 2206–2215
- [35] DELONG, K. W., TREBINO, R., AND KANE, D. J. Comparison of ultrashort-pulse frequency-resolved-optical-gating traces for three common beam geometries. *Journal of the Optical Society of America B 11* (1994), S. 1595–1608
- [36] DELONG, K. W., FITTINGHOFF, D. N., AND TREBINO, R. Practical Issues in Ultrashort-Laser-Pulse Measurement Using Frequency-Resolved Optical Gating. *IEEE Journal of Quantum Electronics 32* (1996), S. 1253
- [37] STOBRAWA, G., HACKER, M., FEURER, T., ZEIDLER, D., MOTZKUS,
 M., AND REICHEL, F. A new high-resolution femtosecond pulse shaper.
 Applied Physics B: Lasers and Optics 72 (2001), S. 627–630
- [38] THÉBERGE, F., LIU, W., SIMARD, P., BECKER, A., AND CHIN, S. L. Plasma density inside a femtosecond filament in air: Strong dependence on external focusing. *Physical Review E* 74 (2006), S. 036406
- [39] LIU, W., AND CHIN, S. L. Direct measurement of the critical power of femtosecond Ti:sapphire laser pulse in air. Optics Express 13 (2005), S. 5750
- [40] HOSSEINI, S. A., LUO, Q., FERLAND, B., LIU, W., AKÖZBEK, N., ROY, G., AND CHIN, S. L. Effective length of filaments measurement using

backscattered fluorescence from nitrogen molecules. Applied Physics B: Lasers and Optics 77 (2003), S. 697–702

- [41] NIBBERING, E. T. J., FRANCO, M. A., PRADE, B. S., GRILLON, G., CHAMBARET, J.-P., AND MYSYROWICZ, A. Spectral determination of the amplitude and the phase of intense ultrashort optical pulses. *Journal of* the Optical Society of America B Optical Physics 13 (1996), S. 317–329
- [42] SCHMIDT, B., HACKER, M., STOBRAWA, G., AND FEURER, T. LAB2 -A virtual femtosecond laser lab. http://www.lab2.de. 2005
- [43] FEURER, T. Feedback-controlled optimization of soft-X-ray radiation from femtosecond laser-produced plasmas. *Applied Physics B: Lasers and Optics* 68 (1999), S. 55–60

A Lineare Pulsausbreitung

Aus den Maxwell-Gleichungen kann eine Wellengleichung für das elektrische Feld in kartesischen Koordinaten abgeleitet werden

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2} \quad \text{mit} \quad \frac{1}{c^2} = \epsilon_0 \mu_0$$

Externe Ströme, Ladungen und magnetische Effekte sind weggelassen worden, da diese in optischen Materialien i.a. keine Rolle spielen. Die Polarisation enthält aber lineare und nichtlineare Effekte. Bei der Beschränkung auf lineare, homogene und isotrope Medien erhält man nach Ersetzung der Polarisation durch eine Faltung der dielektrischen Suszeptibilität $\chi(t)$ mit der elektrischen Feldstärke E(t) und anschließender Fouriertransformation der Wellengleichung die wichtige Helmholtzgleichung

$$\left(\Delta + \frac{\omega^2}{c^2}\tilde{\epsilon}(\omega)\right)\tilde{E}(\omega,\vec{r}) = 0 \tag{A.1}$$

Im folgenden soll nur eine Polarisationskomponente und die Ausbreitung in positiver z-Richtung betrachtet werden. Die Lösung der Helmholtzgleichung ist dann

$$\tilde{E}(\omega, z) = \tilde{E}(\omega, 0)e^{-ik(\omega)z}$$

mit der Dispersionsrelation

$$k^{2}(\omega) = \frac{\omega^{2}}{c^{2}}\tilde{\epsilon}(\omega) = \frac{\omega^{2}}{c^{2}}(1 + \tilde{\chi}(\omega)) = \frac{\omega^{2}}{c^{2}}n^{2}(\omega).$$

In der Dispersionsrelation sind die über die Kramers-Kronig-Relation miteinander verknüpften Größen Absorption und Dispersion enthalten, wobei die Absorption im folgenden vernachlässigt wird. Die Feldstärke ergibt sich aus $E(t,z) = \mathcal{F}^{-1}[\tilde{E}(\omega,z)]$. Die zusätzliche Phase $\phi(\omega) = k(\omega)z$, die der Puls nach Durchlaufen des Mediums akkumuliert hat, kann in eine Taylorreihe um die Zentralfrequenz ω_0 enwickelt werden.

$$\phi(\omega) = \phi(\omega_0) + \frac{d\phi}{d\omega}\Big|_{\omega_0} (\omega - \omega_0) + \frac{1}{2} \left. \frac{d^2\phi}{d\omega^2} \right|_{\omega_0} (\omega - \omega_0)^2 + \frac{1}{6} \left. \frac{d^3\phi}{d\omega^3} \right|_{\omega_0} (\omega - \omega_0)^3 + \dots$$
(A.2)

und mit $\phi(\omega) = k(\omega)z$ ergibt sich daraus

$$k(\omega)z = k(\omega_0)z + k'(\omega_0)z \cdot (\omega - \omega_0) + \frac{1}{2}k''(\omega_0)z \cdot (\omega - \omega_0)^2 + \frac{1}{6}k'''(\omega_0)z \cdot (\omega - \omega_0)^3 + \dots (A.3)$$

Die Phase des Pulses wird beim Durchlaufen des Mediums um $t_{\phi} = k(\omega_0)z/\omega_0 = z/v_{\phi(\omega_0)}$ verzögert, wobei $v_{\phi(\omega_0)}$ die Phasengeschwindigkeit im Medium ist. Die Einhüllende des Pulses verzögert sich dagegen um $t_g = k'(\omega_0)z = \phi'(\omega_0) = z/v_g$. v_g ist die Gruppengeschwindigkeit im Medium. Als Gruppengeschwindigkeitsdispersion (engl. group velocity dispersion, GVD) wird

$$k''(\omega_0) = \left. \frac{d}{d\omega} \frac{1}{v_g(\omega)} \right|_{\omega_0}$$

bezeichnet.

B Kritische Leistung für einen kontinuierlichen Strahl

Es wird ein Laserstrahl mit rechteckförmigem Intensitätsprofil und Zylindersymmetrie angenommen. Die Intensität innerhalb des Strahls ist I und außerhalb 0. Daraus resultiert ein Brechungsindexprofil von $n = n_0$ außerhalb des Strahls und $n = n_0 + \delta n$ innerhalb. Wenn ein Lichtstrahl auf die Grenzfläche einfällt, wird dieser, wenn der Einfallswinkel θ kleiner als der kritische Winkel für Totalreflexion θ_0 mit

$$\cos\theta_0 = \frac{n_0}{n_0 + \delta n} \tag{B.1}$$

ist, totalreflektiert . Da δn in vielen optischen Medien sehr viel kleiner als n ist und somit auch θ_0 kleiner als 1, kann Gleichung B.1 durch

$$1 - \frac{1}{2}\theta_0^2 = 1 - \frac{\delta n}{n}$$

angenähert werden. Der kritische Winkel für Totalreflexion in Abhängigkeit von der nichtlinearen Änderung des Brechungsindex ist somit gegeben durch $\theta_0 = (2\delta n/n_0)^{1/2}$.

Die Strahlen eines Laserstrahls mit dem Durchmesser d breiten sich aufgrund von Beugung unter dem Beugungswinkel θ_B

$$\theta_B = \frac{0,61\lambda}{n_0 d},$$

mit λ Wellenlänge des Lichts im Vakuum, kegelförmig aus. Aus dem Gleichgewicht $\theta_0 = \theta_B$ folgt $\delta n = \frac{1}{2}n_0(0, 61\lambda/dn_0)^2$ und mit $\delta n = n_2I$ ergibt sich der Durchmesser zu

$$d = 0,61\lambda(2n_0n_2I)^{-1/2}.$$

Die Leistung innerhalb eines Filaments mit diesem Durchmesser ist durch

$$P_{kr,1} = \frac{\pi}{4}d^2I = \frac{\pi(0,61)^2\lambda^2}{8n_0n_2}$$

festgelegt.

Aus numerischen Simulationen (Marburger [24]) ergibt sich noch ein Korrekturfaktor von 1,03 und damit

$$P_{kr} = 1,03 \cdot P_{kr,1} = \frac{3,77\lambda^2}{8\pi n_0 n_2}.$$
(B.2)

Danksagung

Ohne die vielfältige Hilfe und Unterstützung, die ich während meiner Diplomarbeit am Institut für Optik und Quantenelektronik erhalten habe, wäre diese Arbeit nicht möglich gewesen. Im Besonderen möchte ich mich bei folgenden Personen bedanken:

Prof. Dr. Roland Sauerbrey für die Vergabe eines sehr interessanten Themas und die anregenden Diskussionen.

Dr. Ingo Uschmann für die schnelle und unkomplizierte Hilfe bei den Reparaturen am kHz-Lasersystem.

Wolfgang Ziegler für die nicht nur beruflichen Gespräche und die gute Arbeitsatmosphäre.

Reiner Bark und Peter Engelhardt für die schnelle Behebung der elektronischen Probleme am kHz-Lasersystem.

Burgard Beleites und Falk Ronneberger für die Tipps und Kniffe beim Umgang mit dem Lasersystem.

Prof. Dr. Thomas Feurer für die Hilfe beim Umgang mit dem Impulsformer.

Marcus Beutler und Sebastian Höfer für die unzähligen Stunden bei dem Feintuning des kHz-Lasersystems sowie deren handwerklichen Geschick und für die vielen Gespräche und Diskussionen zusammen mit André Müller, die die Studienzeit zu einer wertvollen Erinnerung gemacht haben.

Meiner Mutter danke ich für ihre selbstlose Unterstützung während des Studiums.

Meiner Frau Maria und meinem Sohn Finn Anders bin ich für die bedingungslose Liebe und Fröhlichkeit dankbar. Diese konnte mich auch in schwierigen Zeiten immer wieder aufmuntern.

Erklärung

Hiermit erkläre ich, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel genutzt habe. Seitens des Verfassers bestehen keine Einwände, die vorliegende Diplomarbeit für die öffentliche Nutzung in der Thüringer Universitäts- und Landesbibliothek zur Verfügung zu Stellen.

Jena, den 27.12.2006