

## 350 – Elektronische Messverfahren

### Erworbene Kernkompetenzen:

1. Sie entwickeln Strategien für die Aufnahme von Messwerten über weite Bereiche.
2. Sie hinterfragen kritisch den Einsatzbereich verschiedener Messgeräte und wählen in zukünftigen Messaufgaben geeignete Geräte selbstständig und zweckmäßig aus.
3. Sie überprüfen Messwerte hinsichtlich ihrer Plausibilität, um systematische Fehlerquellen im Messaufbau zu erkennen und wenn möglich Abhilfe zu schaffen.

## 1 Aufgaben

1. Untersuchung des Frequenzverhaltens unterschiedlicher Spannungsmessgeräte.
2. Messung unterschiedlicher Spannungssignale (Sinus, Dreieck, Rechteck) mittels Oszilloskop und Vergleich der Werte mit der Anzeige eines AC-Millivoltmeters.
3. Bestimmung der Raumtemperatur sowie der Siedetemperatur von Stickstoff mithilfe eines Pt100-Widerstands sowohl in 2-Draht- als auch in 4-Draht-Schaltung.

## 2 Grundlagen

**Stichworte:** Gleich- und Wechselspannung, ohmsches Gesetz, Innenwiderstand von Ampèremetern und Voltmetern, Oszilloskop, Effektivwert, Gleichrichtwert, Drehspulmessinstrument, Temperaturmessung mittels Pt100, 2-Draht- und 4-Draht-Messung

### 2.1 Grundgesetze des elektrischen Stromkreises

Wird an einen ohmschen Leiter eine Spannung  $U$  angelegt, so fließt durch ihn ein Strom  $I$ . Die Größe des Stroms wird hierbei durch den ohmschen Widerstand  $R$  des Leiters festgelegt. Es gilt das ohmsche Gesetz:

$$R = \frac{U}{I} \quad (1)$$

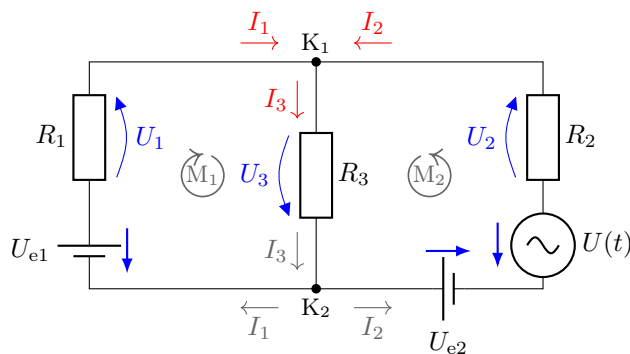
In unverzweigten und verzweigten Stromkreisen (siehe Abb. 1) gelten die [kirchhoffschen Regeln](#). Als direkte Folge der Kontinuitätsgleichung ergibt sich:

$$\textbf{Knotensatz:} \quad \sum_n I_n = 0 \quad (\text{für gegebenen Knoten}) \quad (2)$$

In Gleichung (2) zählen alle in einen gegebenen Knoten hineinfließenden Ströme positiv und alle herausfließenden Ströme negativ. Anders ausgedrückt: **Die Summe der in einen Knoten hineinfließenden Ströme entspricht der Summe der herausfließenden Ströme.** Weiterhin lässt sich aus dem Induktionsgesetz schlussfolgern:

$$\textbf{Maschensatz:} \quad \sum_m U_m = 0 \quad (\text{für gegebene Masche}) \quad (3)$$

Auch hier sind die Spannungen vorzeichenbehaftet: Das positive Vorzeichen wird gewählt, wenn die Strom- bzw. Spannungsrichtung am Bauelement gleich dem Umlaufsinn der Masche ist



**Abbildung 1:** Verzweigter Stromkreis mit 2 Maschen, deren Umlaufsinn o.B.d.A. willkürlich festgelegt wurde. Aus Gleichung (2) folgt hier:  $I_1 + I_2 - I_3 = 0$ . Aus Gleichung (3) folgt hier:  $U_1 + U_3 - U_{e1} = 0$  für  $M_1$  und  $U_2 + U_3 + U_{e2} - U(t) = 0$  für  $M_2$ .

(ansonsten negatives Vorzeichen). Bei Gleichspannungsquellen wird die eingepreßte Spannung vom Pluspol zum Minuspol als positiv definiert (siehe Pfeile an  $U_{e1}$  und  $U_{e2}$  in Abb. 1).

**Wie legt man aber den Maschenumlaufsinn „richtig“ fest?** Kurze Antwort: Das ist im Prinzip egal. Etwas längere Antwort: [i] Maschen durchnummerieren. [ii] Für jede Masche den Umlaufsinn willkürlich festlegen. [iii] Spannungsabfälle der Gleichspannungsquellen ( $+ \rightarrow -$ ) einzeichnen, bei Wechsellspannungsquellen muss man das festlegen. [iv] Stromrichtungen und Spannungsabfälle der Verbraucher entsprechend dem Maschenumlaufsinn einzeichnen. Dabei einmal festgelegte Zweige (z.B. in der Mitte der Schaltung in Abb. 1) *unangetastet* lassen.

Eine wichtige Anwendung stellt der sogenannte Spannungsteiler in Abb. 2 dar. Er besteht aus einer Reihenschaltung von (im einfachsten Fall zwei) Widerständen. Da diese Schaltung einen unverzweigten Stromkreis darstellt, muss der hereinfließende Strom gleich dem herausfließenden sein, d.h. durch alle Bauelemente fließt derselbe Strom  $I_1 = I_2 = I$ . Die Teilspannungen an den Widerständen verhalten sich nach Gleichung (1) entsprechend:

$$\boxed{\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}} \tag{4}$$

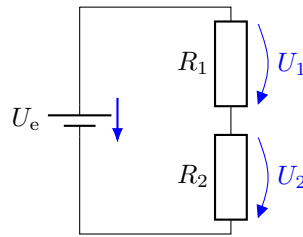
Die Spannungsteilerregel (4) besagt, dass am größeren Widerstand die größere Spannung abfällt. Vielfach ist diese Form jedoch in der Praxis unhandlich. Zum Berechnen der Teilspannung  $U_1$  müsste man die (oft unbekannte) Teilspannung  $U_2$  kennen. Häufig kennt man jedoch nur die Gesamtspannung  $U_e$  und die Größe der Widerstände. Die Gesamtspannung setzt sich aus der Summe der Teilspannungen zusammen ( $U_e = U_1 + U_2$ ). Nach einigen Umformungen erhält man:

$$\boxed{U_1 = U_e \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}} \tag{5}$$

Gleichung (5) wird oft benötigt: Die Spannung am Bauteil X ergibt sich aus der Gesamtspannung multipliziert mit dem Widerstandswert von X geteilt durch den Gesamtwiderstand.

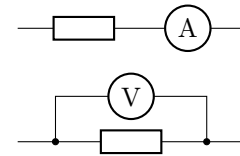
## 2.2 Messung der elektrischen Grundgrößen Strom und Spannung

Strom und Spannung können mithilfe von Drehspulmessinstrumenten gemessen werden. Hier führt ein elektrischer Strom durch das Messinstrument zum Aufbau eines Magnetfeldes. Dieses wird genutzt, um einen Zeigerausschlag zu erzeugen, der proportional zum fließenden Strom ist.



**Abbildung 2:** Spannungsteiler mit zwei Widerständen  $R_1$  und  $R_2$ . Durch beide Widerstände fließt derselbe Strom  $I$ . Aus Gleichung (3) folgt hier:  $U_1 + U_2 - U_e = 0$ , d.h. die Teilspannungen  $U_1$  und  $U_2$  ergeben zusammen die Gesamtspannung  $U_e$ .

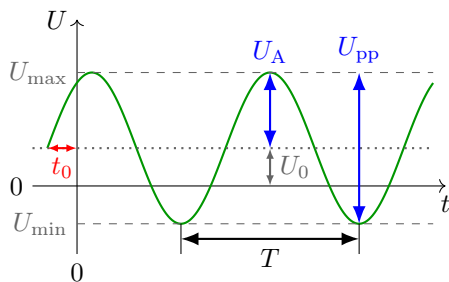
**Ströme werden in Reihe zum betreffenden Bauelement gemessen, Spannungen parallel zum Bauelement.** Ein reales Messgerät besitzt einen Innenwiderstand. Dieser entsteht dadurch, dass bei einem fließenden Strom immer eine Spannung am Messgerät abfällt (bzw. beim Anlegen einer Spannung immer ein Strom fließt, siehe Drehspulmessinstrument zum Aufbau des Magnetfeldes).



Ein reales **Ampèremeter** besitzt einen sehr **kleinen Innenwiderstand**  $R > 0$ .  
 Ein reales **Voltmeter** besitzt einen sehr **hohen Innenwiderstand**  $R < \infty$ .

### 2.3 Wechselspannung und Effektivwert

Wechselstrom bzw. Wechselspannung erlauben es, große Energiemengen verlustarm über weite Strecken zu transportieren (Möglichkeit der Transformation) aber auch Signale zu übertragen (Information steckt in der Amplitude oder in der Frequenz). Abbildung 3 gibt die wichtigen Kenngrößen einer Wechselspannung an. Diese sind vor allem die Amplitude  $U_A$ , die Phase  $\varphi_0$  sowie die Periodendauer  $T$  bzw. die Frequenz  $f = 1/T$ . Die Abkürzungen DC (*direct current*) und AC (*alternating current*) werden sowohl für Ströme als auch für Spannungen benutzt.



- $U_0$  ... Offsetspannung („DC-Anteil“)
- $U_A$  ... Amplitude („AC-Anteil“)
- $U_{pp}$  ... Spitze-Spitze-Spannung („peak-to-peak“)
- $T$  ... Periodendauer
- $f$  ... Frequenz ( $f = 1/T$ )
- $\omega$  ... Kreisfrequenz ( $\omega = 2\pi f = 2\pi/T$ )
- $\varphi_0$  ... Anfangsphase ( $\varphi_0 = \omega \cdot t_0$ )

**Abbildung 3:** Wichtige Kenngrößen einer Wechselspannung  $U(t) = U_0 + U_A \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$ . Für den sinusförmigen Anteil der Schwingung (Offset abgezogen) gilt  $U_A = U_{pp}/2$ .

Der Effektivwert  $U_{eff}$  einer Wechselspannung ist definiert als die äquivalente Gleichspannung, die an einem ohmschen Widerstand  $R$  dieselbe Leistung  $P = U^2/R$  umsetzt wie die Wechselspannung *im zeitlichen Mittel*. Es ergibt sich dadurch:

$$U_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T U^2(t) dt} \tag{6}$$

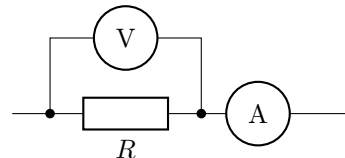
mit der Periodendauer  $T$  und dem zeitlichen Verlauf der Wechselspannung  $U(t)$ . Für eine sinusförmige Wechselspannung  $U(t) = U_A \cdot \sin(\omega t)$  ergibt sich ein Effektivwert von  $U_{eff} = U_A/\sqrt{2}$ .

## 2.4 Bestimmung des elektrischen Widerstands durch Strom- und Spannungsmessung

Um den ohmschen Widerstand  $R$  nach Gleichung (1) experimentell bestimmen zu können, müssen die Spannung am Bauelement sowie der Strom durch das Bauelement gleichzeitig bekannt sein. Dies führt vielfach auf messtechnische Probleme, wie im Folgenden beschrieben wird.

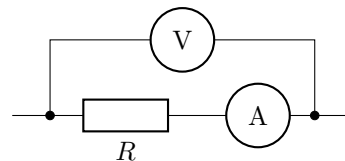
### 2.4.1 Spannungsrichtige Messung

Eine Möglichkeit, Strom und Spannung an einem unbekanntem Bauelement zu bestimmen, ist rechts dargestellt. Hierbei wird die Spannung direkt am Bauelement und der Strom in der gemeinsamen Zuleitung des Widerstands und des Spannungsmessgeräts gemessen. Während die gemessene Spannung die wahre Spannung am Widerstand ist, stellt der gemessene Strom die Summe aus dem gesuchten Strom durch den Widerstand und dem Strom durch das Spannungsmessgerät dar (Innenwiderstand realer Messgeräte beachten!). Es entsteht dadurch unweigerlich ein systematischer Messfehler. Dieser tritt besonders dann zum Vorschein, wenn der Strom durch das Spannungsmessgerät in die Größenordnung des Stroms durch das zu untersuchende Bauelement kommt. Deshalb ist die **spannungsrichtige Messung für hochohmige Bauelemente ungeeignet**.



### 2.4.2 Stromrichtige Messung

Im Gegensatz dazu stellt die rechts gezeigte Schaltung die stromrichtige Messung dar. Hier wird der durch den Widerstand fließende Strom direkt gemessen und die Spannung über dem Widerstand und dem Strommessgerät abgegriffen. Diese Schaltung ist immer dann ungeeignet, wenn der Spannungsabfall am Ampèremeter in die Größenordnung des Spannungsabfalls am Widerstand kommt. Deshalb ist die **stromrichtige Messung für niederohmige Bauelemente ungeeignet**.



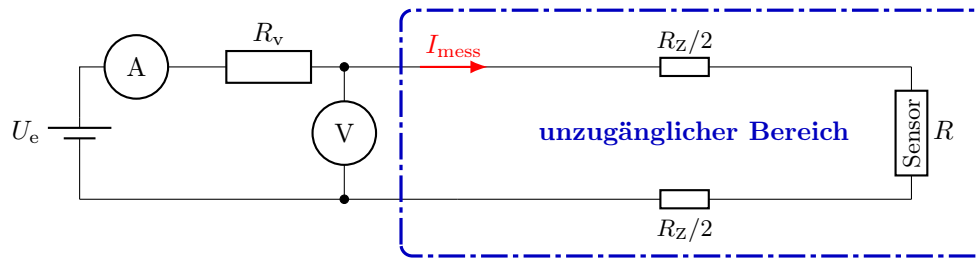
### 2.4.3 2-Draht- und 4-Draht-Messung

Vielfach muss in experimentellen Aufbauten der elektrische Widerstand eines Bauelements mit langen Zuleitungen bestimmt werden. Beispiele sind etwa Temperaturmessungen bei sehr tiefen Temperaturen. Hier sind vielfach mehrere Meter Zuleitung notwendig, da der Warm-Kalt-Abstand aufgrund der Isolation des Aufbaus sehr groß sein muss. Weitere Aufbauten wären beispielsweise Sensoren in gefährlichen Umgebungen (z.B. Strahlenschutzbereiche), die durch lange Zuleitungen ausgelesen werden müssen.

In solchen Fällen wird der Eigenwiderstand der Zuleitung bei der exakten Bestimmung des elektrischen Widerstands des Sensors bemerkbar. Abbildung 4 skizziert ein typisches Messproblem. Ein Temperatursensor soll an einer unzugänglichen Stelle betrieben und durch lange Zuleitungen im zugänglichen Bereich ausgelesen werden. Dadurch sind Strom- und Spannungsmessgeräte vom eigentlichen Messobjekt weit entfernt.

Für die weiteren Betrachtungen wird vereinfachend ein mittelgroßer Widerstand  $R$  angenommen, so dass das Problem der spannungs- und stromrichtigen Messung vernachlässigt werden kann. Das Ampèremeter misst unter dieser Annahme den wahren Strom durch den Sensorwiderstand  $R$  (Reihenschaltung). Der vom Voltmeter gemessene Spannungsabfall entspricht aber der Spannung über dem Sensorwiderstand und den Zuleitungen  $U_{\text{mess}} = U_{R_Z} + U_R$ . Benutzt man nun die gemessene Spannung  $U_{\text{mess}}$  und den gemessenen Strom  $I_{\text{mess}}$  zur Berechnung des Widerstands  $R_{\text{mess}}$ , so ergibt sich ein zu großer Wert:

$$R_{\text{mess}} = \frac{U_{\text{mess}}}{I_{\text{mess}}} = \frac{U_{R_Z} + U_R}{I_{\text{mess}}} > \frac{U_R}{I_{\text{mess}}} = R \quad (7)$$

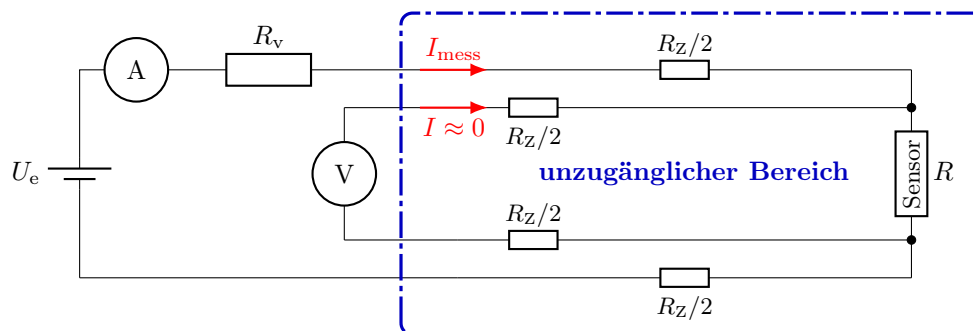


**Abbildung 4:** Auslesen eines Sensors mithilfe einer 2-Draht-Messung. Der gesamte Zuleitungswiderstand zum Sensor wurde zur Verdeutlichung als  $R_Z$  angenommen.

Dieser systematische Messfehler ist umso gravierender, je größer der Zuleitungswiderstand  $R_Z$  im Verhältnis zum Widerstand  $R$  ist.

Um den Widerstand  $R$  möglichst genau zu bestimmen, könnte man den Widerstand  $R_Z$  der Zuleitungen separat messen (Kurzschließen des Sensors) und später vom gemessenen Gesamtwiderstand abziehen. Vielfach ist dies jedoch nicht möglich, weil sich beispielsweise die Widerstände der Zuleitungen in unvorhersehbarer Weise zeitlich ändern (z.B. durch Temperaturschwankungen). Dann verwendet man eine 4-Draht-Messung, um den Fehler durch den Zuleitungswiderstand zu eliminieren.

Abbildung 5 zeigt den Aufbau in 4-Draht-Geometrie. Ein weiteres Leitungspaar wird hierbei vom Sensor zum externen Spannungsmessgerät verlegt. Dieses Leitungspaar besitzt erneut einen Zuleitungswiderstand von insgesamt  $R_Z$  (Annahme gleicher Geometrien und Materialien).



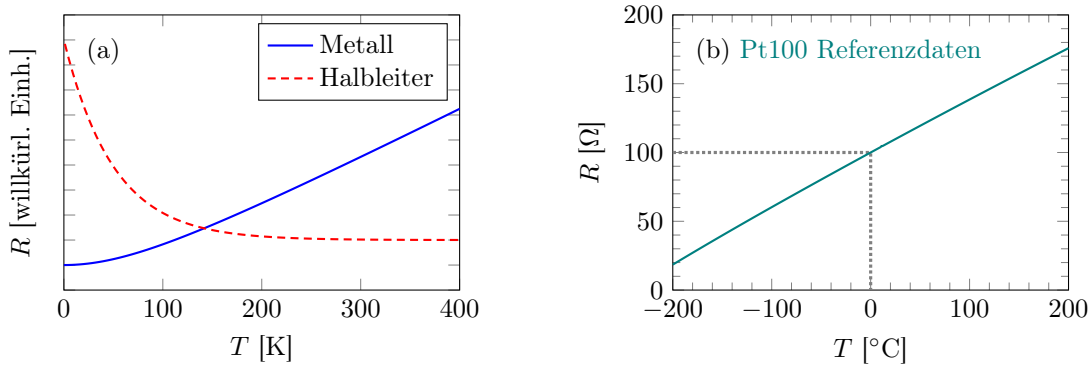
**Abbildung 5:** Auslesen eines Sensors mithilfe einer 4-Draht-Messung. Im Vergleich zur einfachen 2-Draht-Messung wird das Spannungsmessgerät mit einem weiteren Leitungspaar (gesamter Zuleitungswiderstand  $R_Z$ ) am Sensor angeschlossen.

Aufgrund des hohen Innenwiderstands des Voltmeters (typischerweise  $> 1 \text{ M}\Omega$ ) fließt in diesem Kreis so gut wie kein Strom ( $I \approx 0$ ). Daraus folgt, dass am Zuleitungswiderstand zum Spannungsmessgerät in diesem Kreis auch keine Spannung abfällt. Demnach zeigt das Spannungsmessgerät die wahre Spannung  $U_R = R \cdot I_{\text{mess}}$  am Sensor an. Der durch die Spannungsquelle bereitgestellte Strom  $I_{\text{mess}}$  fließt nur durch den äußeren Stromkreis, also auch durch den Widerstand  $R$ , und wird korrekt vom Strommessgerät bestimmt. Durch die Trennung der Leitungen für Strom- und Spannungsmessung wird somit der Einfluss der Zuleitungswiderstände eliminiert. Selbst wenn sich der Wert für  $R_Z$  während der Messung ändert, hat dies keinen Einfluss auf die Messung des Sensorwiderstands  $R$ .

Die 4-Draht-Messung stellt eine spannungsrichtige Messung dar und ist somit für Widerstände geeignet, die deutlich kleiner als der Innenwiderstand des Spannungsmessgeräts sind. Da dieser Innenwiderstand sehr groß ist ( $> 1 \text{ M}\Omega$ ), ist dieses Messverfahren in der Praxis nahezu für alle Probleme anwendbar. Besonders für sehr kleine Widerstände (beispielsweise  $\ll 1 \Omega$ ) ist die 4-Draht-Messung notwendig, da selbst gut leitende Zuleitungen aus Kupfer in 2-Draht-Geometrie bereits bemerkbare Messfehler produzieren.

### 2.5 Resistive Temperaturmessung

Um eine physikalische Größe elektrisch messen zu können, muss ein entsprechender Effekt benutzt werden, der diese physikalische Größe mit einer elektrischen Größe verknüpft. Der elektrische Widerstand leitfähiger Materialien ist temperaturabhängig. Je nach Typ des Leiters ergeben sich unterschiedliche Abhängigkeiten, siehe Abb. 6(a).

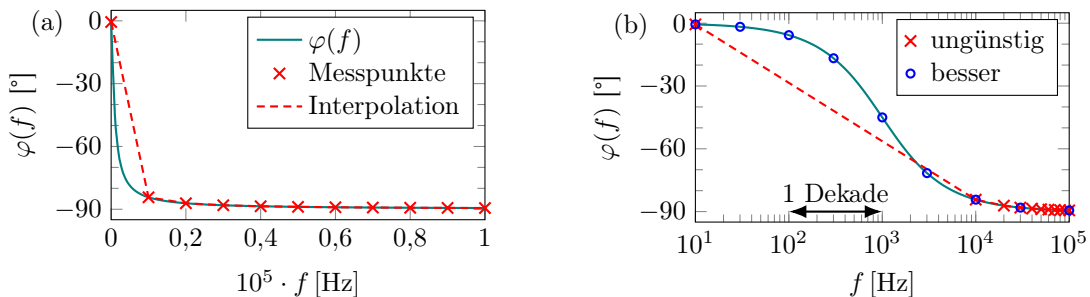


**Abbildung 6:** (a) Typische qualitative Abhängigkeit des elektrischen Widerstands einer Probe von der Temperatur (schematisch). Die Achse für  $R$  ist hier willkürlich skaliert. (b) Darstellung der  $R(T)$ -Werte eines Pt100-Widerstands, vgl. Tabelle A1.

In metallischen Leitern wird der elektrische Strom von frei beweglichen Elektronen getragen (Modell des Elektronengases). Diese werden an ihrem Fluss durch Gitterschwingungen (Phononen) oder Stöße mit Verunreinigungsatomen behindert. Wird die Temperatur einer solchen Probe verringert, so nehmen Anzahl und Stärke der Gitterschwingungen ab – der Stromfluss wird weniger behindert, und der elektrische Widerstand sinkt somit. Der Beitrag der Verunreinigungsatome zum elektrischen Widerstand ist hingegen temperaturunabhängig. Dies führt dazu, dass besonders bei niedrigen Temperaturen ein konstanter Restwiderstand bestehen bleibt.

### 2.6 Messungen in einem großen Frequenzbereich

Häufig erfordert die aussagefähige Darstellung einer physikalischen Größe die Variation der dazugehörigen Variablen über einen weiten Bereich, meist über mehrere Größenordnungen. In Abb. 7 ist dies anhand der Phasenübertragungsfunktion  $\varphi$  (in Abhängigkeit der Frequenz  $f$ ) eines RC-Tiefpasses veranschaulicht. Dabei fällt bei der Darstellung der theoretisch zu erwartenden Funktion  $\varphi(f)$  auf, dass der Kurvenverlauf (—) bei einer *logarithmischen* Skalierung der Frequenzachse viel besser zu erkennen ist als bei einer *linearen*.



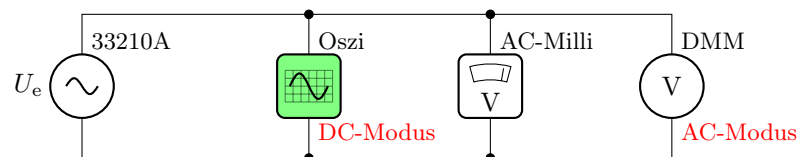
**Abbildung 7:** Zwei Darstellungen der *exakt* gleichen Funktion — aufgetragen (a) über einer *linear* skalierten und (b) über einer *logarithmisch* skalierten Frequenzachse. Die Messpunkte  $\times$  in (a) und (b) liegen bei identischen Werten! Die Messpunkte  $\circ$  in (b) sind so verteilt, dass immer 2 Werte pro Dekade aufgenommen werden.

Möchte man nun den Kurvenverlauf in einer praktischen Anwendung messen, so geht das natürlich immer nur mit endlich vielen Messpunkten. Somit stellt sich die Frage, bei welchen Werten man die Messpunkte günstigerweise aufnehmen muss. Wählt man alle Werte äquidistant auf der *linearen* Frequenzachse (z.B. immer im Abstand von  $10^4$  Hz, markiert durch  $\times$ ), so wird offensichtlich, dass sich die Messpunkte in der logarithmischen Darstellung Abb. 7(b) im rechten Bereich stark häufen, während im übrigen Kurvenverlauf viel zu wenig Messpunkte aufgenommen werden. Daher ist es deutlich besser, die Messpunkte so zu wählen, dass sie auf der *logarithmischen* Frequenzachse gleichmäßig verteilt liegen, z.B. die Symbole  $\circ$  in Abb. 7(b).

✚ Überlegen Sie sich vor dem Versuch, wie Sie die Frequenzen wählen müssen, damit Sie auf einer *logarithmischen* Frequenzachse immer genau 4 äquidistante Messpunkte pro Dekade erhalten. Berechnen Sie diese Werte gerundet auf 2 signifikante Stellen, tragen Sie diese Werte tabellarisch in eine Datei ein und bereiten Sie 3 weitere leere Spalten für den Versuch vor.

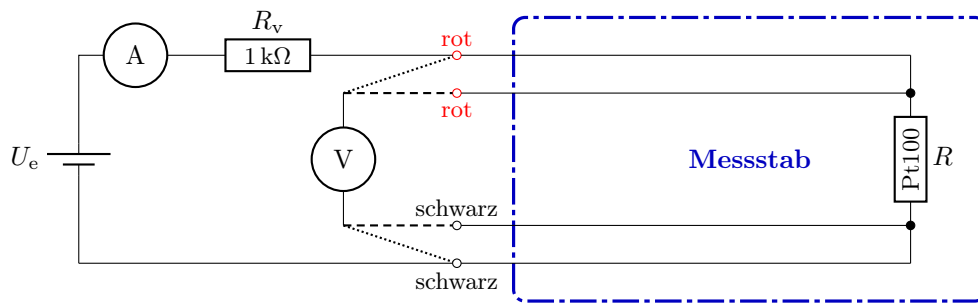
### 3 Versuchsdurchführung

- Schließen Sie das Oszilloskop, das AC-Millivoltmeter sowie das Digitalmultimeter (DMM) parallel an den Ausgang des Frequenzgenerators Agilent 33210A an (Abb. 8). Variieren Sie die Frequenz zwischen 10 Hz und 10 MHz. *Am besten starten Sie bei 100 Hz und variieren zunächst immer um den Faktor 10 zu niedrigeren und dann zu höheren Frequenzen, um sich einen Überblick zu verschaffen.* Lesen Sie in geeigneten Frequenzabständen (äquidistant auf einer *logarithmischen* Frequenzachse!) die angezeigten Spannungswerte aller Messgeräte ab. Stellen Sie die Ergebnisse in einem *einfach logarithmischen Diagramm* dar und diskutieren Sie diese hinsichtlich der Einsetzbarkeit der unterschiedlichen Messgeräte.



**Abbildung 8:** Vergleich unterschiedlicher Spannungsmessgeräte hinsichtlich ihres Frequenzverhaltens. Eingang am **Digitalmultimeter auf AC** stellen (DMM misst somit nur AC-Anteil). Eingang am **Oszilloskop auf DC** stellen (Oszi misst somit DC- und AC-Anteil). Stellt man den Oszi Eingang auf AC, so werden (im Unterschied zum DMM) durch einen internen Hochpass niedrige Frequenzen herausgefiltert. Dies würde die Messung niederfrequenter Signale systematisch verfälschen.

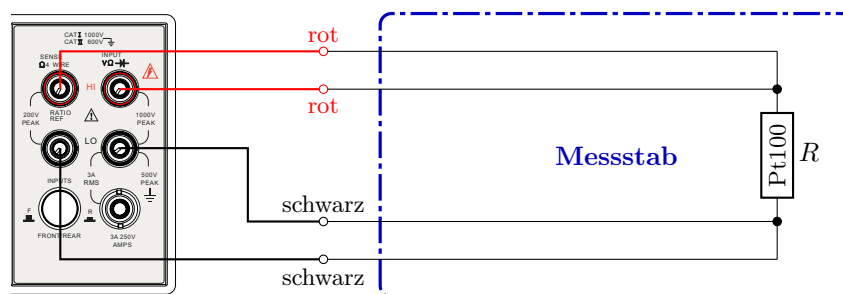
- Wiederholen Sie Aufgabe 1 für  $f = 1$  Hz. Legen Sie hier den Schwerpunkt auf die Beschreibung des Verhaltens der drei verwendeten Messgeräte. Welche besonderen Schwierigkeiten ergeben sich für die Ablesung der Wechselspannung bei solch niedrigen Frequenzen und warum? Mit welchem der drei Messgeräte können Sie den zuverlässigsten Wert messen?
  - Ⓛ Verwenden Sie im Analogmodus des Hameg HM1508 Oszilloskops die horizontalen Cursor-Linien. Probieren Sie außerdem den Digitalmodus des HM1508 aus.
- Legen Sie nun ein Eingangssignal von  $f = 100$  Hz mit einer Amplitude von  $U_e = 1$  V an die Schaltung aus Abb. 8 an. Lesen Sie den Anzeigewert für eine Sinus-, eine Dreieck- sowie eine Rechteckspannung ab. Wie hängen die Anzeigewerte miteinander zusammen?
- Bauen Sie eine Schaltung zur Temperaturmessung mithilfe eines Pt100-Widerstandes auf (siehe Abb. 9). Um eine realistische Anwendung mit langen Zuleitungen zu simulieren, ist der Pt100-Sensor am unteren Ende eines Messstabes montiert, dieser wird Ihnen ausgehändigt. Die Zuleitungen sind auf der anderen Seite entsprechend zugänglich.



**Abbildung 9:** Schaltung zur Temperaturmessung mithilfe eines Pt100 als Sensor. Je nach Anschlussbelegung können 2-Draht-Messungen (.....) und 4-Draht-Messungen (----) realisiert werden. Achten Sie auf den Vorwiderstand  $R_v = 1\text{ k}\Omega$ .

- Beginnen Sie Ihre Untersuchungen bei Raumtemperatur. Bestimmen Sie anhand einer Strom- und Spannungsmessung den elektrischen Widerstand des Sensors. Stellen Sie dabei den Messstrom auf ca. 1 mA ein. Verwenden Sie hierbei einen 1 kΩ Vorwiderstand. Führen Sie die Messungen in 2-Draht- (siehe Abb. 4) sowie in 4-Draht-Geometrie (siehe Abb. 5) durch. Berechnen Sie anhand des [Datensatzes des Pt100](#) (alternativ in Tabelle A1) aus dem erhaltenen Widerstandswert eine Temperatur und vergleichen Sie diesen Wert mit der Anzeige eines im Praktikum befindlichen Thermometers.
- Messen Sie den Widerstand des Pt100 erneut mithilfe der 4-Draht-Geometrie. Nehmen Sie Werte für  $R$  über einen Zeitraum von 5 min auf, wobei Sie **zu Beginn Ihrer Datenaufzeichnung** den Messstrom auf 15 mA erhöhen. Diskutieren Sie das Ergebnis.
- Wiederholen Sie die Messungen aus Aufgabe a) mit folgendem Unterschied: Beginnen Sie **zuerst** mit der Messung des Widerstands und tauchen Sie **dann** den Messstab in flüssigen Stickstoff ein. Beobachten Sie den Verlauf  $R(t)$  während des Einkühlens und protokollieren Sie dabei Ihre Messwerte bis diese stabil bleiben.
 

⚠ **Sicherheitshinweise zum Umgang mit flüssigem Stickstoff (−196 °C): Bitte unbedingt Schutzbrille tragen! Bitte stets den passenden Standfuß für die Thermoskanne verwenden!**
- Führen Sie eine Fehlerabschätzung für die Temperaturmessung durch. Beachten Sie, dass der Zusammenhang  $R(T)$  des Pt100 im relevanten Temperaturbereich in guter Näherung linear ist, siehe Abb. 6(b). Wie genau können Sie die Siedetemperatur von Stickstoff bestimmen? Diskutieren Sie die Vor- und Nachteile der 4-Draht-Messung.



**Abbildung 10:** Temperaturmessung mithilfe eines Pt100 als Sensor und einem Keithley 2100.

- Benutzen Sie das Präzisionsmessgerät Keithley 2100 (siehe Abb. 10) zur Bestimmung des ohmschen Widerstands in 2-Draht- und 4-Draht-Geometrie. Verwenden Sie hierfür die Tasten  $\Omega 2$  bzw.  $\text{SHIFT} + \Omega 4$ . Vergleichen Sie die erhaltenen Ergebnisse.
- Benutzen Sie das Präzisionsmessgerät Keithley 2100 (siehe Abb. 10) zur direkten Temperaturmessung in 4-Draht-Geometrie (Taste TEMP).
- Zusatz:** Überlegen Sie sich, wo in Abb. 7 die hiesige Netzfrequenz einzuzeichnen wäre.

## Anhang

In Abbildung A1 wird der Umgang mit dem AC-Millivoltmeter GW Instek GVT-427B kurz beschrieben. Außerdem wird dort anhand eines Beispiels die Wichtigkeit der Wahl des Messbereichs erläutert. Folgende Grundregel lässt sich auf alle Messgeräte (auch digitale!) anwenden:

Es ist immer der niedrigste Messbereich (*range*) zu wählen, bei welchem der Wert ohne Übersteuern angezeigt wird. Zudem sind alle gewählten Messbereiche zu protokollieren!

Eine Spannung von 100 mV im Messbereich 300 mV abzulesen bewirkt eine unnötig hohe Unsicherheit (Gerätefehler + Ablesefehler)  $\Rightarrow$  man misst quasi mit „angezogener Handbremse“. Die Wahl des nächstniedrigeren Messbereichs 100 mV ist in diesem Fall deutlich besser.



**Abbildung A1:**

Spannungsmessung mit dem AC-Millivoltmeter GW Instek GVT-427B. An beide Eingänge wurde parallel die *identische* Spannung angelegt. Die Drehknöpfe besitzen eine Kerbe, die auf den jeweils ausgewählten Messbereich (RANGE) zeigt, hier durch grüne Pfeile hervorgehoben. Für Messbereiche, die mit einer 1 beginnen, werden die Werte an der obersten schwarzen Skala abgelesen  $\Rightarrow$  für CH1 liest man den zuständigen schwarzen Zeiger als 1.0 ab, was folglich 100 mV entspricht. Für Messbereiche, die mit einer 3 beginnen, werden die Werte an der zweiten schwarzen Skala von oben abgelesen  $\Rightarrow$  für CH2 liest man den zuständigen roten Zeiger hier ebenfalls als 1.0 ab, was auch 100 mV entspricht. Die Herstellerangabe zur Messunsicherheit ist  $\pm 3\%$  vom Messbereich, d.h. in unserem Beispiel  $\pm 3\text{ mV}$  für CH1 und  $\pm 9\text{ mV}$  für CH2. Hinzu kommt jeweils noch die subjektive Unsicherheit des Ablesens insbesondere dann, wenn ein Zeiger nicht genau über einem Skalenstrich steht. Auch diese relative Unsicherheit des Ablesens ist nahe dem Zeigervollausschlag am geringsten.

### Fehlerrechnung (Beispiel)

Sie möchten den Widerstand eines Pt100-Sensors bestimmen und später daraus die Temperatur ermitteln. Sie messen einen DC-Strom von 1,000 mA mit dem Metrix MX22 im Messbereich 4 mA. In diesem Fall setzt sich die Unsicherheit wie folgt zusammen: 1,0 % vom Ablesewert plus 3 Digits (Herstellerangaben), also  $1,0\% \cdot 1,000\text{ mA} + 3 \cdot 0,001\text{ mA} = 0,013\text{ mA}$ . Ergebnis:  $I = (1,000 \pm 0,013)\text{ mA}$ . Sie messen außerdem eine DC-Spannung von 90,1234 mV mit dem Keithley 2100 im Messbereich 100 mV. In diesem Fall setzt sich die Unsicherheit wie folgt zusammen: 0,0055 % vom Ablesewert plus 0,0040 % vom Messbereich (Herstellerangaben), also  $0,0055\% \cdot 90,1234\text{ mV} + 0,0040\% \cdot 100\text{ mV} = 0,0090\text{ mV}$ . Ergebnis:  $U = (90,123 \pm 0,009)\text{ mV}$ . Man erhält  $R = U/I = 90,123\ \Omega$ . Aufgrund der hier auftretenden einfachen Potenzen lautet die Formel für den relativen Gesamtfehler:  $|\Delta R/R| = |\Delta U/U| + |\Delta I/I| = |0,009\text{ mV}/90,123\text{ mV}| + |0,013\text{ mA}/1,000\text{ mA}| = 0,0001 + 0,013 \approx 1,3\%$ . **Bitte niemals die Betragsstriche vergessen!** Daher ist  $|\Delta R| = 1,3\% \cdot 90,123\ \Omega = 1,2\ \Omega$ . Somit lautet das Endergebnis:  $R = (90,1 \pm 1,2)\ \Omega$ . Mehr Dezimalstellen anzugeben ist hier nicht sinnvoll, da die Unsicherheit größer als 1  $\Omega$  ist.

**Table A1:** Auszug aus dem Datensatz des Pt100 Widerstands (Norm DIN EN IEC 60751).  
Kopieren + Einfügen funktioniert mit gängigen Apps zum Betrachten von PDFs.

$T$ [°C]	$R$ [ $\Omega$ ]	$T$ [°C]	$R$ [ $\Omega$ ]	$T$ [°C]	$R$ [ $\Omega$ ]	$T$ [°C]	$R$ [ $\Omega$ ]	$T$ [°C]	$R$ [ $\Omega$ ]
-200	18,493	-125	50,055	-50	80,307	25	109,734	100	138,500
-199	18,926	-124	50,466	-49	80,704	26	110,122	101	138,879
-198	19,358	-123	50,876	-48	81,101	27	110,509	102	139,258
-197	19,790	-122	51,286	-47	81,498	28	110,897	103	139,637
-196	20,221	-121	51,696	-46	81,894	29	111,284	104	140,016
-195	20,653	-120	52,106	-45	82,291	30	111,672	105	140,395
-194	21,083	-119	52,515	-44	82,687	31	112,059	106	140,773
-193	21,514	-118	52,924	-43	83,083	32	112,446	107	141,152
-192	21,944	-117	53,333	-42	83,479	33	112,833	108	141,530
-191	22,374	-116	53,742	-41	83,875	34	113,220	109	141,908
-190	22,803	-115	54,151	-40	84,271	35	113,607	110	142,286
-189	23,232	-114	54,559	-39	84,667	36	113,994	111	142,664
-188	23,661	-113	54,967	-38	85,063	37	114,380	112	143,042
-187	24,089	-112	55,375	-37	85,458	38	114,767	113	143,420
-186	24,517	-111	55,783	-36	85,853	39	115,153	114	143,797
-185	24,945	-110	56,190	-35	86,248	40	115,539	115	144,175
-184	25,372	-109	56,598	-34	86,643	41	115,925	116	144,552
-183	25,799	-108	57,005	-33	87,038	42	116,311	117	144,930
-182	26,226	-107	57,412	-32	87,433	43	116,697	118	145,307
-181	26,652	-106	57,818	-31	87,828	44	117,083	119	145,684
-180	27,078	-105	58,225	-30	88,222	45	117,469	120	146,061
-179	27,504	-104	58,631	-29	88,617	46	117,854	121	146,438
-178	27,929	-103	59,037	-28	89,011	47	118,240	122	146,814
-177	28,354	-102	59,443	-27	89,405	48	118,625	123	147,191
-176	28,779	-101	59,849	-26	89,799	49	119,010	124	147,567
-175	29,203	-100	60,254	-25	90,193	50	119,395	125	147,944
-174	29,627	-99	60,659	-24	90,587	51	119,780	126	148,320
-173	30,051	-98	61,065	-23	90,980	52	120,165	127	148,696
-172	30,474	-97	61,469	-22	91,374	53	120,550	128	149,072
-171	30,897	-96	61,874	-21	91,767	54	120,934	129	149,448
-170	31,320	-95	62,279	-20	92,160	55	121,319	130	149,824
-169	31,742	-94	62,683	-19	92,553	56	121,703	131	150,199
-168	32,165	-93	63,087	-18	92,946	57	122,087	132	150,575
-167	32,587	-92	63,491	-17	93,339	58	122,471	133	150,950
-166	33,008	-91	63,895	-16	93,732	59	122,855	134	151,326
-165	33,429	-90	64,299	-15	94,125	60	123,239	135	151,701
-164	33,850	-89	64,702	-14	94,517	61	123,623	136	152,076
-163	34,271	-88	65,105	-13	94,910	62	124,007	137	152,451
-162	34,691	-87	65,508	-12	95,302	63	124,390	138	152,826
-161	35,111	-86	65,911	-11	95,694	64	124,774	139	153,200
-160	35,531	-85	66,314	-10	96,086	65	125,157	140	153,575
-159	35,951	-84	66,717	-9	96,478	66	125,540	141	153,950
-158	36,370	-83	67,119	-8	96,870	67	125,923	142	154,324
-157	36,789	-82	67,521	-7	97,262	68	126,306	143	154,698
-156	37,208	-81	67,923	-6	97,653	69	126,689	144	155,072
-155	37,626	-80	68,325	-5	98,045	70	127,072	145	155,446
-154	38,044	-79	68,727	-4	98,436	71	127,454	146	155,820
-153	38,462	-78	69,128	-3	98,827	72	127,837	147	156,194
-152	38,879	-77	69,530	-2	99,218	73	128,219	148	156,568
-151	39,297	-76	69,931	-1	99,609	74	128,602	149	156,941
-150	39,714	-75	70,332	0	100,000	75	128,984	150	157,315
-149	40,130	-74	70,733	1	100,391	76	129,366	151	157,688
-148	40,547	-73	71,134	2	100,781	77	129,748	152	158,061
-147	40,963	-72	71,534	3	101,172	78	130,130	153	158,435
-146	41,379	-71	71,934	4	101,562	79	130,511	154	158,808
-145	41,795	-70	72,335	5	101,953	80	130,893	155	159,180
-144	42,210	-69	72,735	6	102,343	81	131,274	156	159,553
-143	42,625	-68	73,135	7	102,733	82	131,656	157	159,926
-142	43,040	-67	73,534	8	103,123	83	132,037	158	160,298
-141	43,455	-66	73,934	9	103,513	84	132,418	159	160,671
-140	43,869	-65	74,333	10	103,902	85	132,799	160	161,043
-139	44,283	-64	74,733	11	104,681	86	133,180	161	161,415
-138	44,697	-63	75,132	12	104,681	87	133,561	162	161,787
-137	45,111	-62	75,531	13	105,071	88	133,941	163	162,159
-136	45,524	-61	75,930	14	105,460	89	134,322	164	162,531
-135	45,937	-60	76,328	15	105,849	90	134,702	165	162,903
-134	46,350	-59	76,727	16	106,238	91	135,083	166	163,274
-133	46,763	-58	77,125	17	106,627	92	135,463	167	163,646
-132	47,175	-57	77,523	18	107,016	93	135,843	168	164,017
-131	47,587	-56	77,921	19	107,404	94	136,223	169	164,388
-130	47,999	-55	78,319	20	107,793	95	136,603	170	164,760
-129	48,411	-54	78,717	21	108,181	96	136,982	171	165,131
-128	48,822	-53	79,115	22	108,570	97	137,362	172	165,501
-127	49,234	-52	79,512	23	108,958	98	137,741	173	165,872
-126	49,645	-51	79,910	24	109,346	99	138,121	174	166,243