505 - Plancksches Strahlungsgesetz

1. Aufgaben

1.1 Die Temperaturabhängigkeit des Strahlungsflusses einer Wolframbandlampe ist für einen engen Spektralbereich zu messen und daraus das Verhältnis der *Planckschen* zur *Boltzmannschen* Konstante h/k zu ermitteln.

1.2 Die Temperatur einer Wolframbandlampe ist in Abhängigkeit von der aufgenommenen Leistung zu messen. Die Konstante σ des *Stefan-Boltzmann-Gesetzes* ist abzuschätzen.

2. Grundlagen

<u>Stichworte:</u>

Schwarzer Körper, *Plancksches Strahlungsgesetz, Wiensches Strahlungsgesetz, Wiensches Verschiebungsgesetz, Stefan-Boltzmann-Gesetz*, Pyrometer, Photozelle

Als schwarzen Strahler bezeichnet man einen Körper, der auftreffende elektromagnetische Strahlung aller Wellenlängen vollständig absorbiert. Nach dem *Kirchhoffschen Strahlungsgesetz* sind dann Absorptionsgrad und Emissionsgrad ε gleich 1. Die spektrale Verteilung der emittierten Strahlung des schwarzen Körpers wird durch das *Plancksche Strahlungsgesetz* beschrieben,

$$L_{e\lambda} = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{\exp\left(\frac{hc}{kT\lambda}\right) - 1}. \tag{1}$$

$L_{e\lambda}$	-	spektrale Strahldichte
h	-	Plancksches Wirkungsquantum
c	-	Lichtgeschwindigkeit
k	-	Boltzmann-Konstante
T	-	Oberflächentemperatur des Strahlers

Die spektrale Strahldichte $L_{e\lambda}$ steht mit der emittierten Strahlungsleistung P in folgendem Zusammenhang:

$$dP = L_{e\lambda} \cos(\vartheta) d\vartheta d\varphi dA d\lambda \tag{2}$$

Dabei sind ϑ und φ Winkel in Kugelkoordinaten, A ist die strahlende Fläche und λ ist die Wellenlänge. In Worten beschreibt die spektrale Strahldichte die pro Raumwinkel, Fläche und Wellenlänge emittierte Strahlungsleistung. Der Index „e“ steht für energetisch, also für physikalische Größen in Joule zur Abgrenzung der photometrischen Größen wie z. B. Candela.

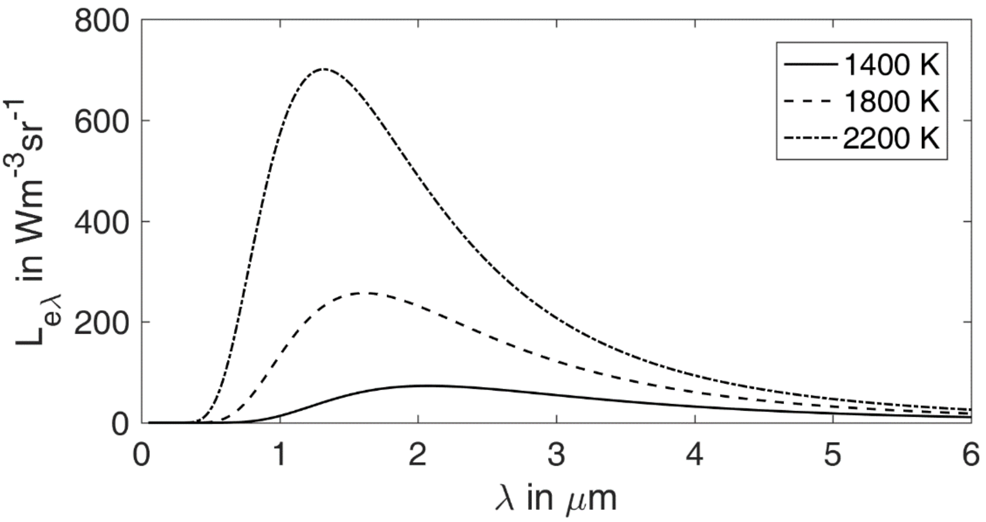

Bild 1: Spektrale Strahldichte nach dem Planckschen Strahlungsgesetz in Abhängigkeit der Wellenlänge für verschiedene Temperaturen.

Durch Integration über die Wellenlänge und über einen Halbraum erhält man für die Leistung pro Fläche das *Stefan-Boltzmann-Gesetz*

$$\frac{dP}{dA} = \sigma \cdot T^4, \tag{3}$$

wobei $\sigma = \dfrac{2\pi^5 k^4}{15c^2h^3}$ beträgt.

Das *Wiensche Verschiebungsgesetz* gibt die Temperaturabhängigkeit der Wellenlänge maximaler Emission an:

$$\lambda_{max} T = \text{const.} = 2{,}90 \cdot 10^{-3} \text{m} \cdot \text{K}. \tag{4}$$

Reale Strahler (z. B. Glühlampen) strahlen bei gleicher Temperatur stets weniger als der schwarze Körper. Das Verhältnis der spektralen Strahldichte des betreffenden Körpers $L_{e\lambda}$ zu der eines schwarzen Körpers gleicher Temperatur $L_{e\lambda}^S$ bezeichnet man als den spektralen Emissionskoeffizienten:

$$\varepsilon(\lambda, T) = \frac{L_{e\lambda}}{L_{e\lambda}^S}. \tag{5}$$

Einen Körper, bei dem ε unabhängig von der Wellenlänge ist, bezeichnet man als grauen Strahler. Seine Strahldichte stimmt bis auf einen konstanten Faktor $\varepsilon < 1$ mit der des schwarzen Strahlers überein. Für Wolfram wird im sichtbaren Spektralbereich ein Wert von $\varepsilon = 0{,}47$ angegeben, der von der Wellenlänge λ und der Temperatur T unabhängig ist.

3. Versuchsdurchführung

Die Messung der Temperatur der Wolframbandlampe erfolgt auf optischem Wege mit Hilfe eines Pyrometers, das folgendermaßen arbeitet: Die strahlende Fläche wird in eine Ebene abgebildet, in der sich der Faden einer kleinen Glühlampe befindet. Die Helligkeit dieser Lampe wird so lange verändert, bis das Bild des Glühfadens auf dem Untergrund der strahlenden Fläche verschwindet. Dann ist die Temperatur des Fadens gleich der schwarzen Temperatur der Fläche und kann direkt auf einer Skala in °C abgelesen werden. Beim Versuch wird die sogenannte schwarze Temperatur bestimmt. Dazu wird ein Rotfilter in den Strahlengang des Pyrometers gebracht. Bei hoher Temperatur der Wolframbandlampe muss zusätzlich ein Graufilter benutzt werden (Ablesen auf der zweiten Skala!). Für die spektrale Strahlungsmessung bringt man vor der Lichtquelle einen Interferenzfilter an, der einen engen Spektralbereich ausfiltert. Mittels einer Photozelle (in Verbindung mit einem Verstärker) wird der Photostrom I_p gemessen. Der Photostrom ist proportional zur Strahldichte.

3.1 Messung

Die Wolframbandlampe wird durch ein stabilisiertes Netzgerät mit Gleichstrom von max. 10...12 A gespeist. Es werden für verschiedene Lampenströme I_L (im Abstand von 0,5 A) die Lampenspannung U_L, die (schwarze) Temperatur ϑ_S (in °C) und der Photostrom I_P gemessen. Die Temperatur ist in die *Kelvin-Skala* zu überführen, um T_S zu erhalten.

3.2 Berechnung von h/k

Im optischen Spektralbereich gilt $\frac{h\,c}{\lambda} \gg kT$, und man erhält aus dem *Planckschen* näherungsweise das *Wiensche Strahlungsgesetz*

$$L_{e\lambda} \approx \frac{2hc^2}{\lambda^5} \exp\left(\frac{-hc}{kT\lambda}\right). \tag{6}$$

Somit gilt in einem engen Spektralbereich für den Photostrom der Zelle

$$I_P \sim \exp\left(\frac{-hc}{kT\lambda}\right). \tag{7}$$

Es wird jetzt ln (I_P/I_0) über 1/T in 1/K dargestellt. I_0 ist eine geeignete Stromeinheit. Mit dem Anstieg

$$B = \frac{\Delta \ln\left(\frac{I_p}{I_0}\right)}{\Delta\left(\frac{1}{T}\right)} \tag{8}$$

erhält man aus Gl. (6)

$$\frac{h}{k} = \frac{B}{c}\lambda_F, \tag{9}$$

wobei λ_F die Transmissionswellenlänge des Interferenzfilters ist.

Der Anstieg B und seine Genauigkeit ΔB sind durch Ausgleichsrechnung zu bestimmen. Eine Temperaturkorrektur braucht hier noch nicht durchgeführt zu werden, weil diese, wie in 3.3 gezeigt wird, nur eine parallele Verschiebung der Geraden, aber keine Änderung des Anstieges B zur Folge hat, es darf also mit T_S gearbeitet werden.

3.3 Temperaturkorrektur

Da die wahre Temperatur T wegen $\varepsilon < 1$ stets größer als die mit dem Pyrometer bestimmte schwarze Temperatur T_S ist, muss eine Temperaturkorrektur durchgeführt werden. Die wahre Temperatur kann entsprechend

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{T_S} + \frac{\lambda_R}{c} \cdot \frac{k}{h} \cdot \ln\varepsilon \tag{10}$$

berechnet werden (T_S in Kelvin, $\lambda_R = 660$nm ist die Wellenlänge des Rotfilters, für k und h können hier die Tabellenwerte verwendet werden).

3.4 Abschätzung von σ

Die von der Lampe effektiv abgestrahlte Strahlungsleistung beträgt nach dem *Stefan-Boltzmann-Gesetz*

$$P + \varepsilon\sigma {T_Z}^4 A = \varepsilon\sigma T^4 A \qquad \Rightarrow \qquad P = \varepsilon\sigma(T^4 - {T_Z}^4)A \tag{11}$$

(A-strahlende Fläche, T_Z-Zimmertemperatur).

Wir nehmen an, dass im Wolframband die elektrische Leistung P völlig in Strahlungsleistung umgewandelt wird. Zur Auswertung tragen Sie P über $\left(T^4 - {T_Z}^4\right)$ auf und bestimmen aus dem Anstieg mit $\varepsilon = 0{,}47$ den Wert von σ. Die Größe der strahlenden Fläche A muss geschätzt werden.

Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit dem Tabellenwert und diskutieren Sie auftretende Abweichungen.

<u>Tabellenwerte</u>

$h = 6{,}6261 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{Ws^2}$
$k = 1{,}3806 \cdot 10^{-23}\ \mathrm{WsK^{-1}}$
$\sigma = 5{,}6704 \cdot 10^{-8}\ \ \mathrm{WK^{-4}m^{-2}}$