

A large, multi-story yellow brick building with numerous arched windows, likely a university building. A stone bridge with a metal railing is visible in the foreground on the left, and a large green tree is on the right. The sky is overcast.

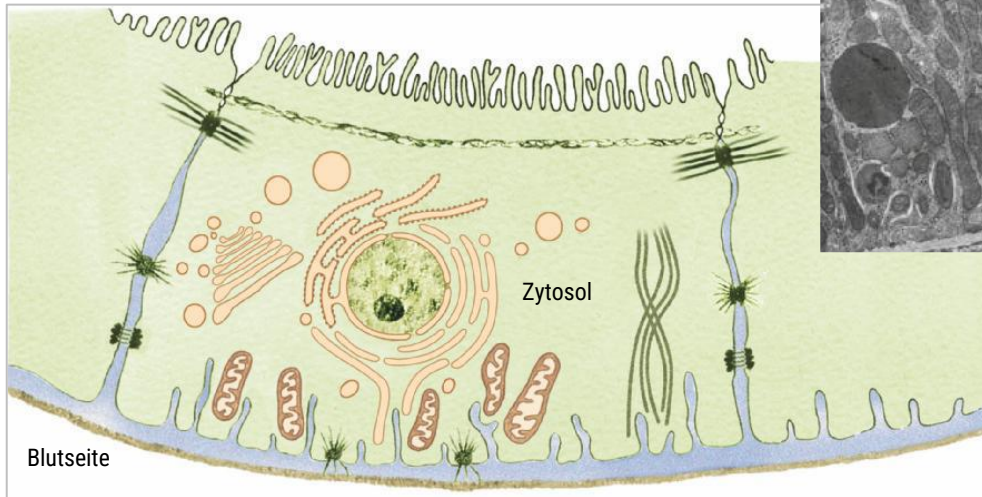
Tutorium: V307 Messungen im elektrischen Stromkreis

Physikalisches Grundpraktikum für Human- und Zahnmedizin

0. Motivation

Wofür benötigt ein Medizinstudent Elektrizitätslehre?

➤ **Antwort 1:** Um den Stoffwechsel zu verstehen

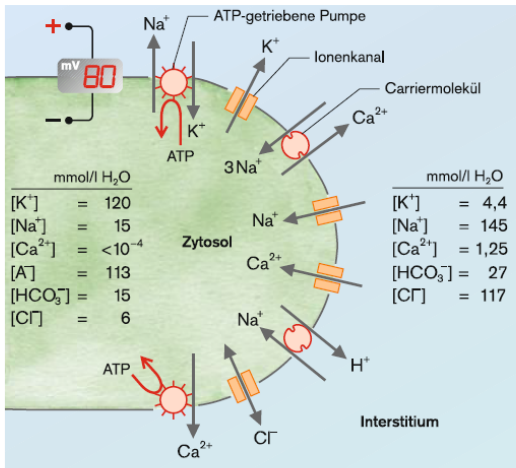


Quelle: H. Pape et al.: „Physiologie“ (Kapitel 2.2); 7. vollständig überarbeitete und erweiterte Auflage; Stuttgart: Thieme (2014)

0. Motivation

Wofür benötigt ein Medizinstudent Elektrizitätslehre?

➤ **Antwort 1:** Um den Stoffwechsel zu verstehen



Eigenschaften Zellmembran:

- Alle haben ein Ruhepotential das ungleich Null ist
- Verschiedene spezialisierte Transportkanäle
- Offenwahrscheinlichkeit bei den meisten Kanälen an Bedingungen geknüpft
 - Modifizierung durch Gifte und Medikamente

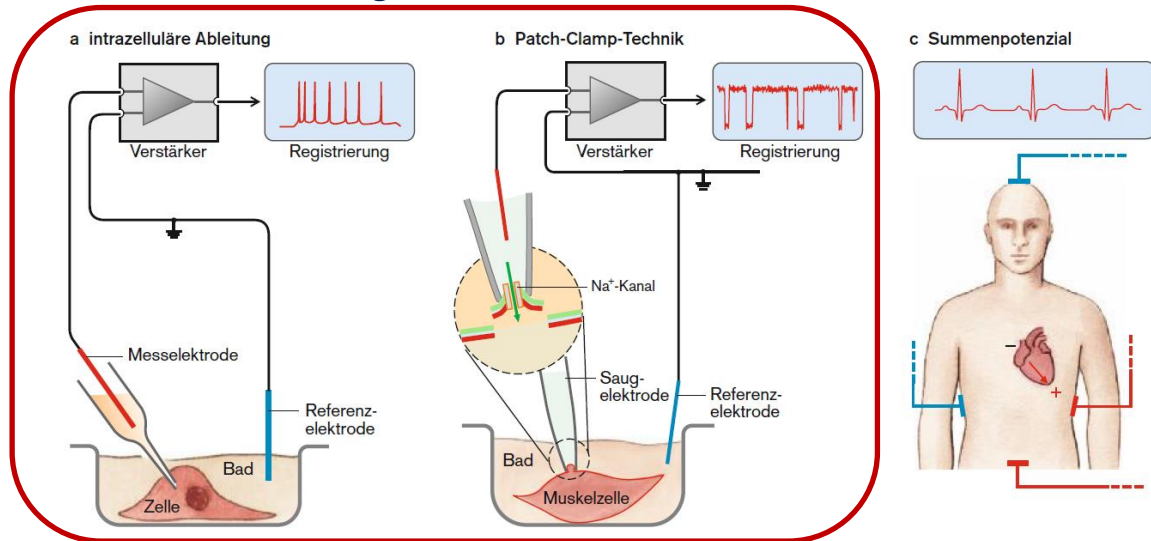
-> moderate Spannungen (mV) aber kleine Ströme (nA, pA) -> hochohmige, oft nichtlineare Kennlinien

Quelle: H. Pape et al.: „Physiologie“ (Kapitel 2.4); 7. vollständig überarbeitete und erweiterte Auflage; Stuttgart: Thieme (2014)

0. Motivation

Wofür benötigt ein Medizinstudent Elektrizitätslehre?

➤ Antwort 2: Untersuchung von Zellen

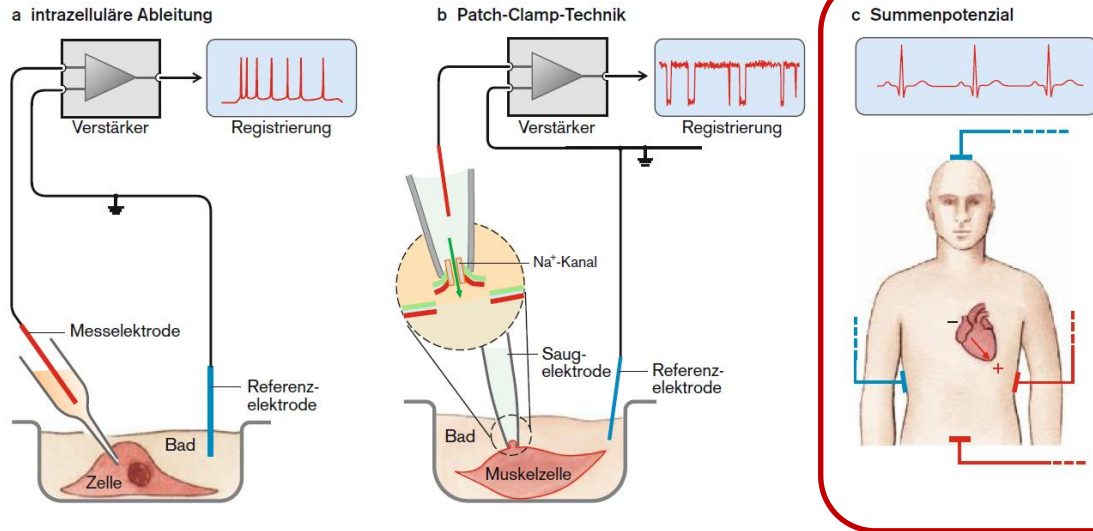


Quelle: H. Pape et al.: „Physiologie“ (Kapitel 3.7); 7. vollständig überarbeitete und erweiterte Auflage; Stuttgart: Thieme (2014)

0. Motivation

Wofür benötigt ein Medizinstudent Elektrizitätslehre?

➤ Antwort 3: Diagnostik



Quelle: H. Pape et al.: „Physiologie“ (Kapitel 3.7); 7. vollständig überarbeitete und erweiterte Auflage; Stuttgart: Thieme (2014)



0. Motivation

Lernziele

- Lernen wie man Strom und Spannung misst
- Verhalten von Strömen und Spannungen in Netzwerken/Schaltungen
- Heute anhand einfacher Schaltungen, die wir selbst aufbauen

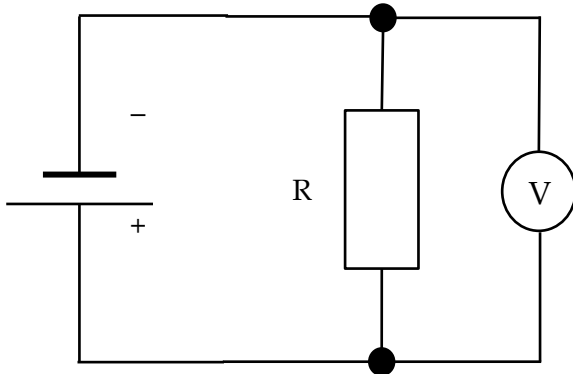
Hinweis/Ausblick

- Heute arbeiten wir mit zeitunabhängigen Signalen (V 307)
 - bedeutet mit Gleichspannung und Gleichstrom (*direct current/DC*)
- Nächstes Mal arbeiten wir mit zeitabhängigen Signalen (V 331)
 - bedeutet mit Wechselspannung und Wechselstrom (*alternating current/AC*)

1. Einführung / Grundlagen

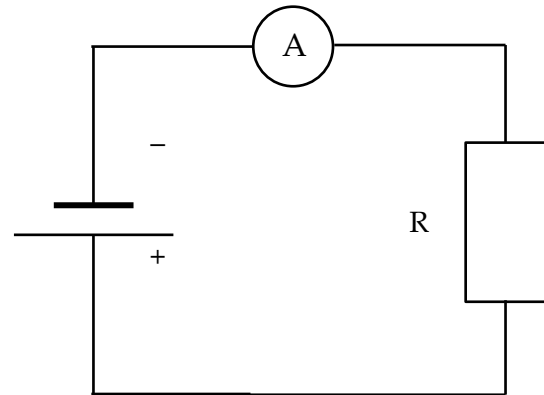
Was ist elektrische Spannung U ?

- Elektrische Potentialdifferenz zwischen zwei Punkten
- „Kraft“ welche die Ladungsträger (z.B. Elektronen) antreibt, sich im elektrische Feld zu bewegen



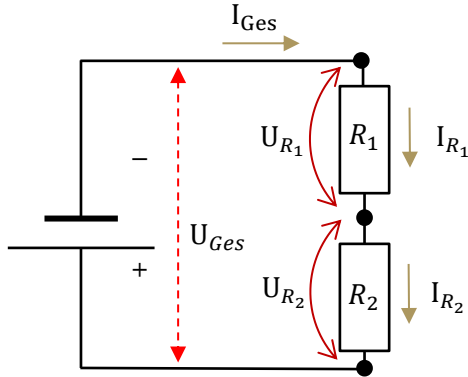
Was ist Stromstärke I ?

- Wird durch eine Spannung U hervorgerufen
- Wie viele Ladungsträger $n \cdot q$ fließen pro Zeiteinheit t durch Querschnitt A



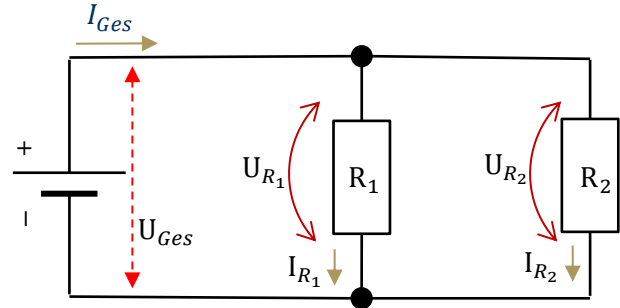
1. Einführung / Grundlagen - Schaltungen

a) Reihenschaltung



- Ströme sind überall gleich
→ $I_{\text{Ges}} = I_{R_1} = I_{R_2}$
- Spannung teilen sich auf (Spannungsteiler)
→ $U_{\text{Ges}} = U_{R_1} + U_{R_2}$
- Gesamtwiderstand ergibt sich zu:
→ $R_{\text{Ges}} = R_1 + R_2$

b) Parallelschaltung:

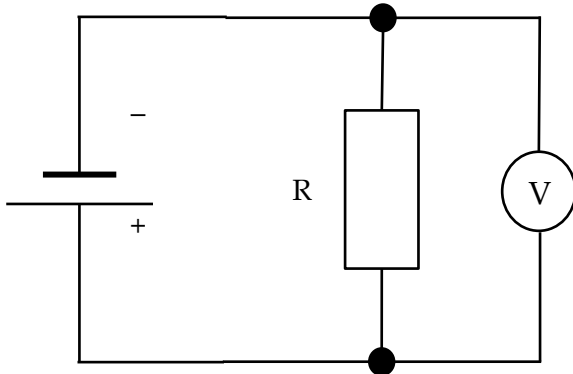


- Spannungen sind überall gleich
→ $U_{\text{Ges}} = U_{R_1} = U_{R_2}$
- Ströme teilen sich auf (Stromteiler)
→ $I_{\text{Ges}} = I_{R_1} + I_{R_2}$
- Gesamtwiderstand ergibt sich zu:
→ $\frac{1}{R_{\text{Ges}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$

1. Einführung / Grundlagen – Wie misst man Spannung/Strom?

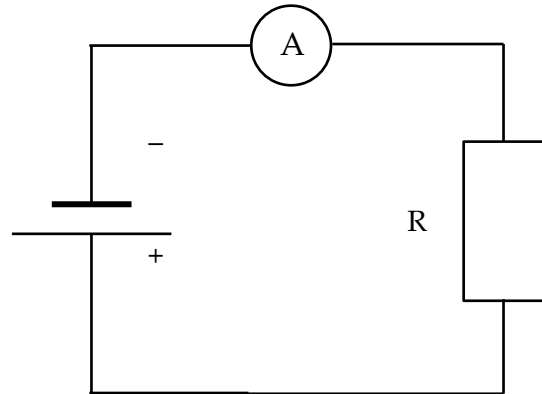
Spannung U in Volt [V]

- Gemessen mit: **Voltmeter**
- **parallel** zum elektrischen Bauelement
- Hochohmig (sehr großer Widerstand)
- Minimieren des parasitären Stromflusses durch das Voltmeter



Stromstärke I in Ampere [A]

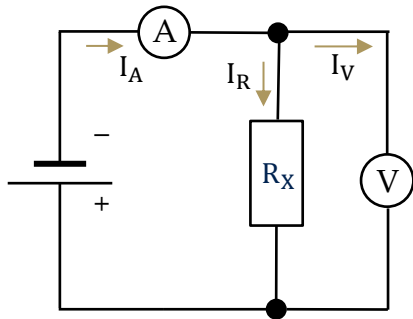
- Gemessen mit: **Amperemeter**
- **in Reihe** zum elektrischen Bauelement
- Niederohmig (sehr niedriger Widerstand)
- Minimieren des parasitären Spannungsabfalls über dem Amperemeter



1. Einführung / Grundlagen – Vermessung unbekannter Widerstand

Spannungsrichtige Messung

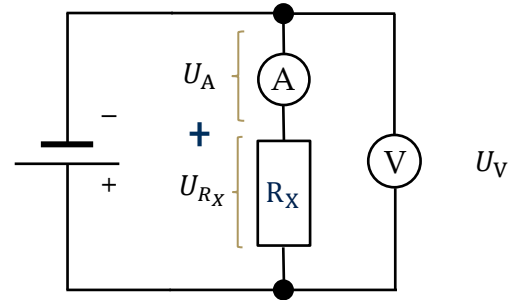
- $R_X \ll$ Innenwiderstand des Voltmeters
- Stromteiler am Knoten
- Teilstrom I_V durch Voltmeter gering



$I_A = I_V + I_{R_X} \approx I_{R_X}$, wenn R_X klein im Vergleich zu Widerstand des Voltmeters

Stromrichtige Messung

- $R_X \gg$ Innenwiderstand des Amperemeters
- Spannungsteiler
- Teilspannung U_A am Amperemeter gering



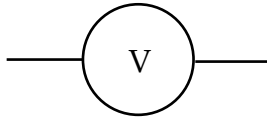
$U_V = U_A + U_{R_X} \approx U_{R_X}$, wenn R_X groß im Vergleich zu Widerstand des Amperemeters

➔ geringer systematischer Fehler

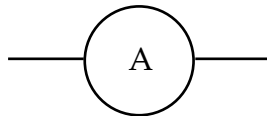
2. Geräte - Digitale Messgeräte

- Schalterstellung beachten (**Messbereich**)
- Digitalmessgerät kann verwendet werden als:

➤ Voltmeter



➤ Amperemeter



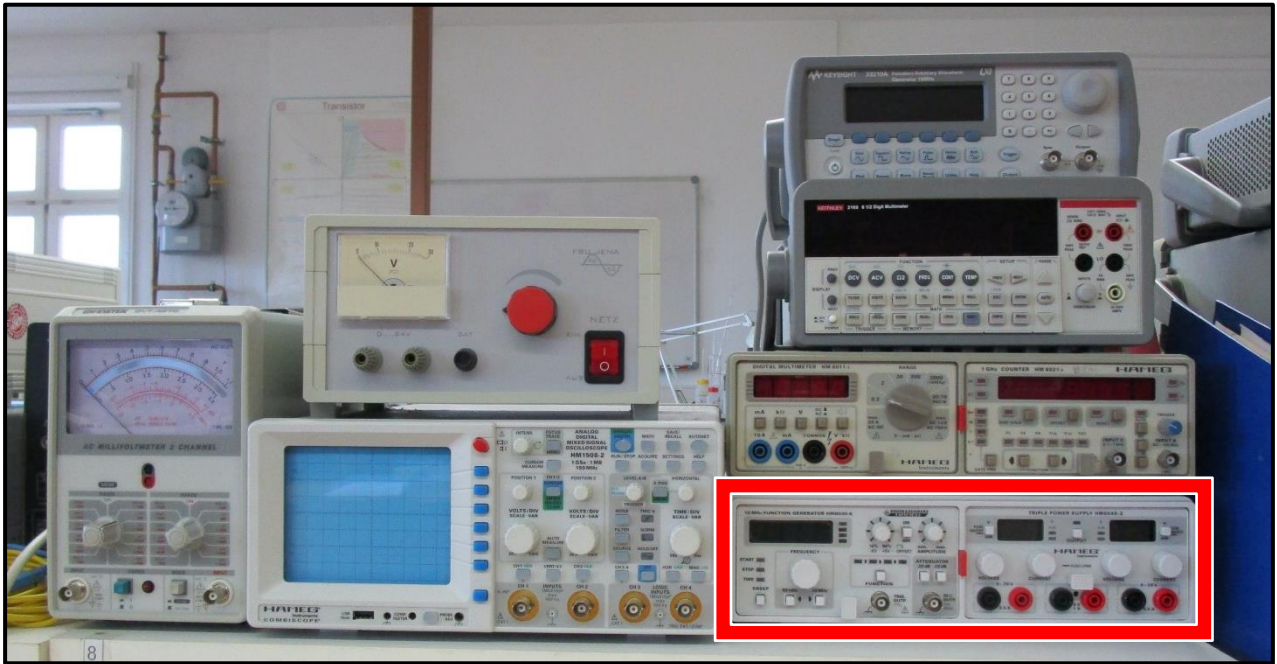
Spannung oder
ohmscher Widerstand
„Pluspol +“

Masse, Nullpotential,
Erde, „Minuspole –“

Strom „Pluspol +“



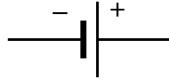
2. Geräte - Spannungsquelle



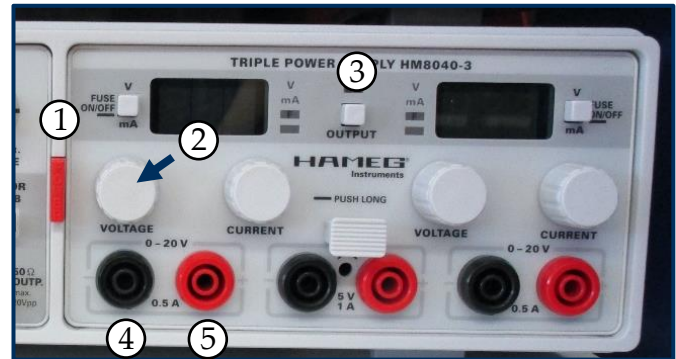
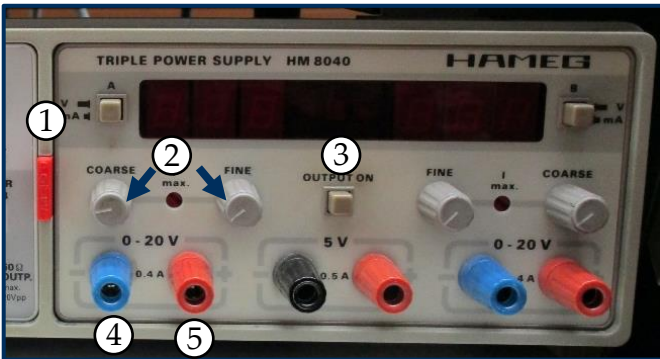
2. Geräte - Spannungsquelle



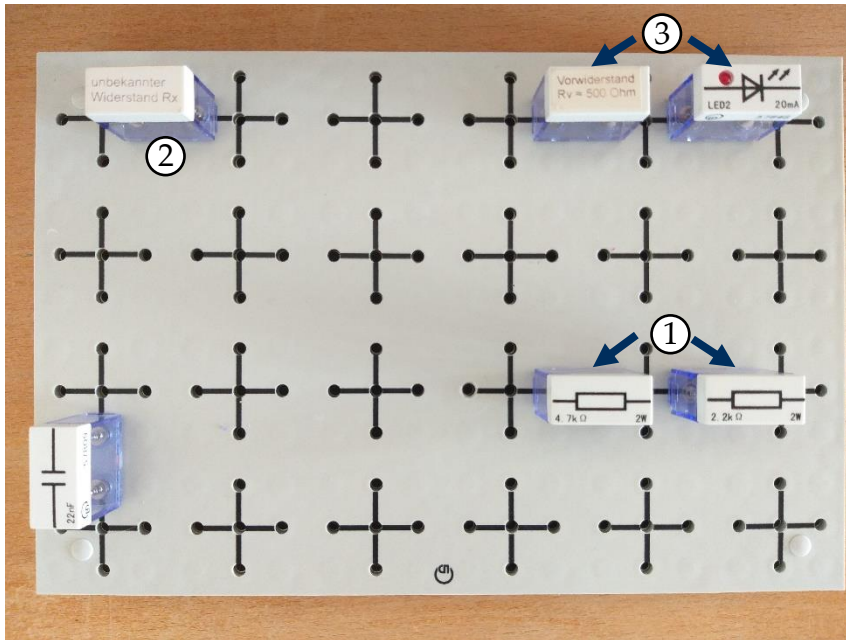
2. Geräte - Spannungsquelle



- ① Hauptschalter
- ② Spannungsregler (Links: coarse/fine
Rechts: voltage)
- ③ Signal: ON/OFF
- ④ Masse, „Minuspole“, -
- ⑤ „Pluspol“, +



2. Geräte - Schaltbrett

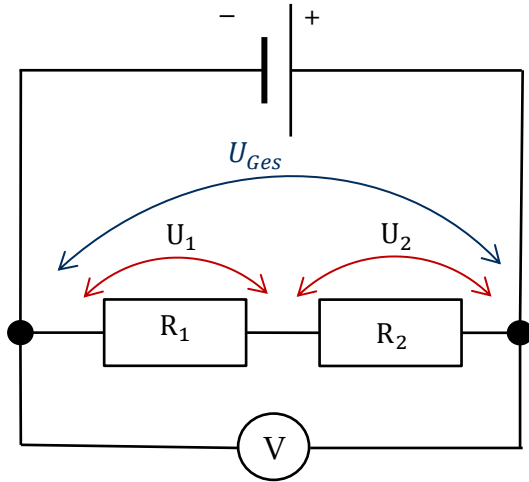


Elektr. Bauteile

- ① ohmsche Widerstände (2.2 k Ω und 4.7 k Ω)
- ② unbekannter Widerstand
- ③ Diode & Vorwiderstand (500 Ω)

➔ Schwarze Linien-Markierung
= Verbindungskabel

3. Messaufgabe 1: Spannungsteilerregel



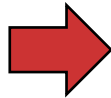
→ 10 Volt an
Spannungsquelle
einstellen

Was messen wir:

$$U_{Ges} = \dots$$

$$U_1 = \dots$$

$$U_2 = \dots$$



$$a) U_{Ges} = U_1 + U_2$$

$$b) \frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}$$

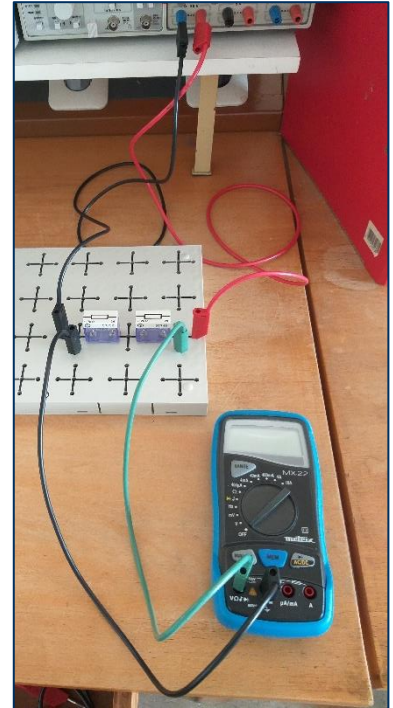
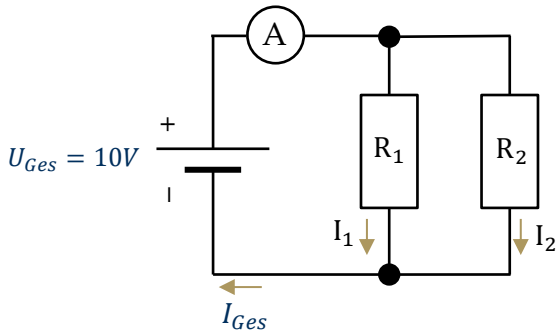


Abbildung: Reihenschaltung aus R_1 und R_2

3. Messaufgabe 1: Stromteilerregel



→ 10 Volt an
Spannungsquelle
einstellen

I. Aufgabe: Rechnen Sie aus wie groß ist I_{Ges} !

$$\frac{U_{Ges}}{R_{Ges}} = I_{Ges}$$

Hinweis!



$$\frac{1}{R_{Ges}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

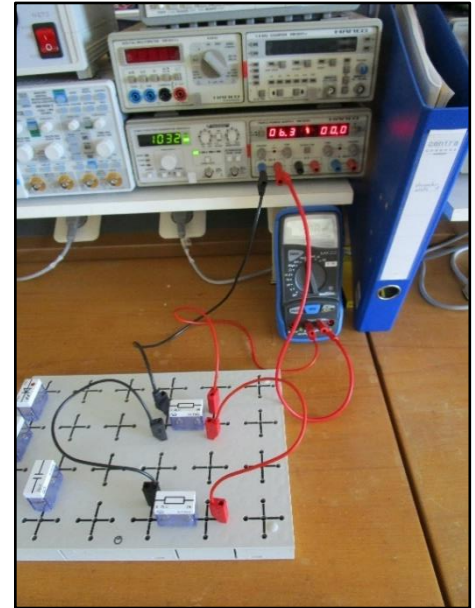
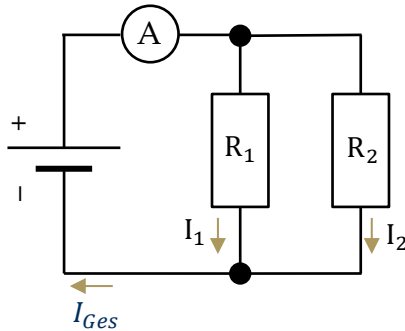


Abbildung: Parallelschaltung aus R_1 und R_2

3. Messaufgabe 1: Stromteilerregel



→ 10 Volt an
Spannungsquelle
einstellen

Was messen wir:

$$I_{Ges} = \dots$$

$$I_1 = \dots$$

$$I_2 = \dots$$



$$\text{a) } I_{Ges} = I_1 + I_2$$

$$\text{b) } \frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

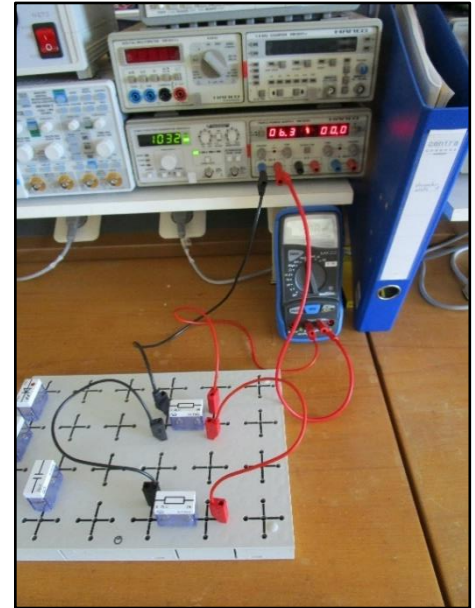
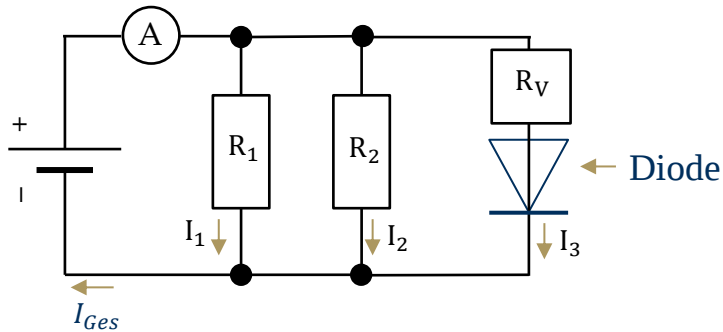


Abbildung: Parallelschaltung aus R_1 und R_2

3. Messaufgabe 1: Stromteilerregel mit LED



Was messen wir:

$$I_{Ges} = \dots$$

$\Rightarrow I_3$ mal ausrechnen & Vergleich
mit Aufgabe 1.3 (I_1 & I_2 bekannt)

$$I_3 = I_{Ges} - I_1 - I_2$$

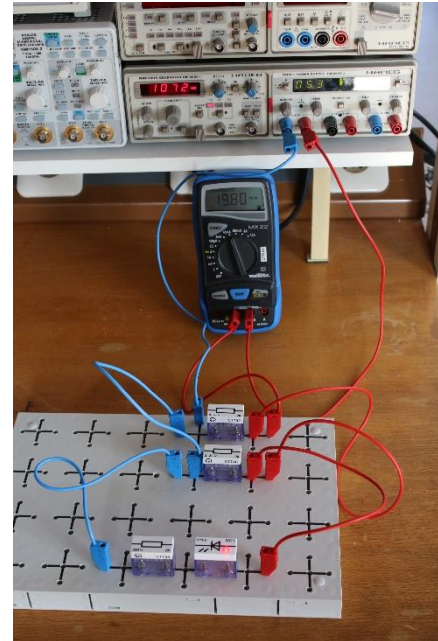
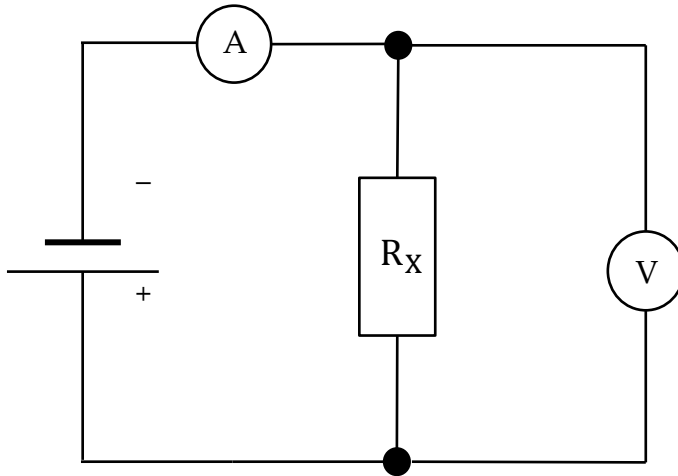


Abbildung: Parallelschaltung aus R_1 , R_2 und Leuchtdiode

4. Messaufgabe 2: Spannungsrichtige Messung eines unbekannten Widerstandes R_X



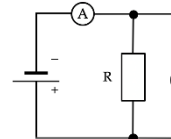
Was messen wir:

- ⇒ Strom (I_{mess}) und Spannung (U_{mess})
- ⇒ angelegte Spannung (U_{Quelle}): **10V, 8V, 6V, 4V, 2V**

Einführung / Grundlagen

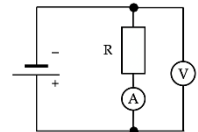
Spannungsrichtige Messung

- $R_X \ll$ Innenwiderstand Voltmeter
- Stromteiler am Knoten
- Teilstrom durch Voltmeter gering



Stromrichtige Messung

- $R_X \gg$ Innenwiderstand Amperemeter
- Spannungsteiler
- Teilspannung am Amperemeter gering



=> Geringer Systematischer Fehler

4. Messaufgabe 2: Spannungsrichtige Messung eines unbekannten Widerstandes [Messwerte!!!]

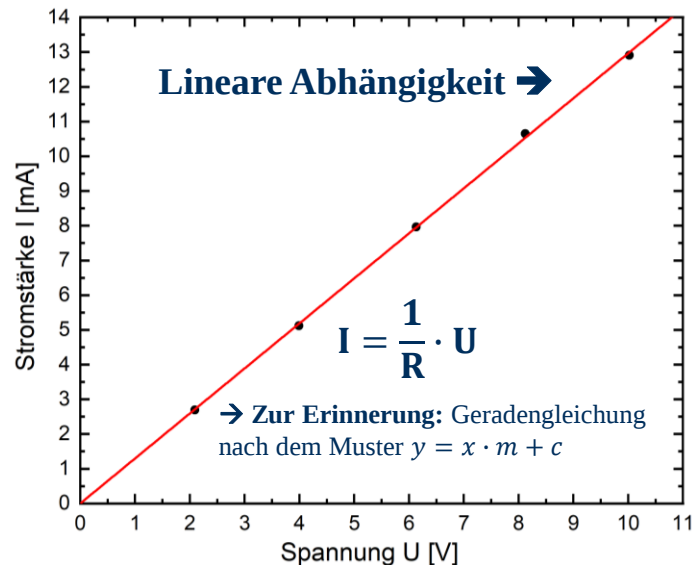
→ Beispiel Messwerttabelle:

U_{Quelle} [V]	U_{mess} [V]	I_{mess} [mA]
10	10.02	12.91
8	8.12	10.65
6	6.13	7.96
4	3.99	5.12
2	2.09	2.69

Messbereich: V

Messbereich: 40 mA

→ Beispiel: graphische Darstellung



4. Messaufgabe 2: Auswertung

Berechnung der Widerstände: $R = \frac{U}{I}$

$$R_{x_1} = \frac{U_1}{I_1} = \frac{10.02 \text{ V}}{12.91 \text{ mA}} = \frac{10.02}{12.91 \cdot 10^{-3}} \frac{\text{V}}{\text{A}} = 776.14 \Omega$$

$$R_{x_2} = \quad \quad \quad = 762.44 \Omega$$

$$R_{x_3} = \quad \quad \quad = 770.10 \Omega$$

$$R_{x_4} = \quad \quad \quad = 779.30 \Omega$$

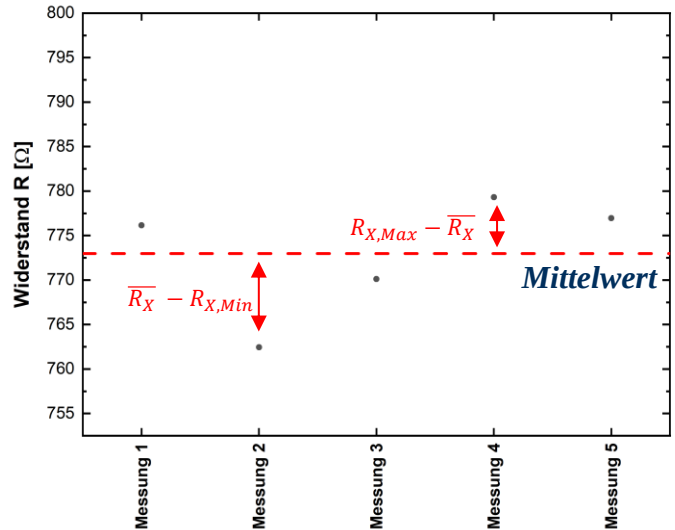
$$R_{x_5} = \quad \quad \quad = 776.95 \Omega$$

→ Mittelwert: $\overline{R_X} = \frac{R_{x_1} + R_{x_2} + R_{x_3} + R_{x_4} + R_{x_5}}{5}$

$$\overline{R_X} = \frac{776.14 \Omega + 762.44 \Omega + 770.10 \Omega + 779.30 \Omega + 776.95 \Omega}{5} = 772.99 \Omega$$

Maximale Abweichung bestimmen: $\overline{R_X} - R_{X,Min} = 772.99 \Omega - 762.44 \Omega = 10.55 \Omega$

$$R_{X,Max} - \overline{R} = 779.30 \Omega - 772.99 \Omega = 6.31 \Omega$$



4. Messaufgabe 2: Fehlerbetrachtung

Betrachtung der Messungenauigkeit der, aus den gemessenen Größen **U** und **I**, berechnete Größe **R**:

Messungenauigkeit über relative Fehler:

→ Die Summe der relativen Fehler der einzelnen Messgrößen

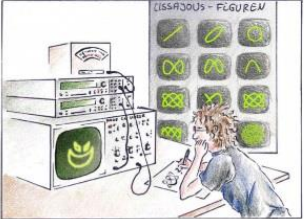
(hier: $\frac{\Delta I}{I}$ und $\frac{\Delta U}{U}$) wird gleich dem relativen Fehler der gesuchten

zu errechnenden Größen (hier $\frac{\Delta R}{R}$) gesetzt

Relativer Fehler:

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta I}{I} + \frac{\Delta U}{U}$$

Fehlerrechnung



leicht gemacht

Im folgenden Artikel steht alles drin, was man wissen muss, um fehlerrechnungstechnisch gut durch Praktikum zu kommen. Einiges wird vielleicht auch darüberhinaus noch von Nutzen sein. Es geht um folgende Fragen:

- I. Motivation:**
Warum braucht man „Fehlerrechnung“?
- II. Wie schätze ich die Genauigkeit meiner eigenen Messwerte realistisch ab?**
- III. Was tun, wenn mehrere Messgrößen zusammenwirken?**
Dafür gibt es einfache Methoden: Addition absoluter bzw. relativer Fehler.
Einsetzen von Maxima und Minima.
- IV. Was, wenn das nicht reicht?**
Dann kann man „partiell differenzieren“. Diese Variante wird kurz angerissen.
- V. Wenn ich fertig bin, wie schreibe ich mein Ergebnis mit seinen Genauigkeitsgrenzen sinnvoll auf?**

Im Anhang werden einige Dinge dann noch etwas genauer beleuchtet.

4. Messaufgabe 2: Stritt 1 - Messungenauigkeiten

Messgröße: $\Delta Y = x \% \cdot (\text{Messbereich}) + a \text{ Digits} \cdot \text{letzte Stelle Messgröße}$

Rechenbeispiel: Messwerte: $U_1 = 10.02 \text{ V}$ und $I_1 = 12.91 \text{ mA}$

→ Spannung: **1.0 %** vom Messbereich 40 V & **4 Digits** } Daten in der Geräteanleitung (blaues Buch)

→ Strom: **1.5 %** vom Messbereich 40 mA & **2 Digits** } **[hier sind nur Beispielwerte!!!]**

$$\Delta U = 0.01 \cdot 40.00 \text{ V} + 4 \cdot 0.01 \text{ V} = 0.4 \text{ V} + 0.04 \text{ V} = 0.44 \text{ V}$$

$$\Delta I = 0.015 \cdot 40.00 \text{ mA} + 2 \cdot 0.01 \text{ mA} = 0.60 \text{ mA} + 0.02 \text{ mA} = 0.62 \text{ mA}$$

Resultat:

$$U_1 = 10.02 \text{ V} \pm 0.44 \text{ V} = (10.02 \pm 0.44) \text{ V}$$

$$I_1 = 12.91 \text{ mA} \pm 0.62 \text{ mA} = (12.91 \pm 0.62) \text{ mA}$$

4. Messaufgabe 2: Stritt 2 - Fehlerrechnung

Relativer Fehler: $\frac{\Delta R_X}{R_X} = \frac{\Delta I}{I} + \frac{\Delta U}{U}$

Fehlerrechnung nur für den ersten berechneten Widerstand R_{x_1} !!!

Messdaten: $U_1 = 10.02 \text{ V}$; $\Delta U = 0.44 \text{ V}$; $I_1 = 12.91 \text{ mA}$; $\Delta I = 0.62 \text{ mA}$; $R_{x_1} = 776.14 \Omega$

$$\rightarrow \frac{\Delta R_{x_1}}{R_{x_1}} = \frac{\Delta I}{I_1} + \frac{\Delta U}{U_1} = \frac{0.62 \text{ mA}}{12.91 \text{ mA}} + \frac{0.44 \text{ V}}{10.02 \text{ V}} = 0.048 + 0.044 = 0.092 = 9.2 \%$$

Umstellen nach ΔR_{x_1} ergibt den gesuchten **absoluten** Fehler der berechneten Größe R_{x_1} !

$$\Delta R_{x_1} = R_{x_1} \cdot 0.092 = 776.14 \Omega \cdot 0.092 = 71.40 \Omega$$

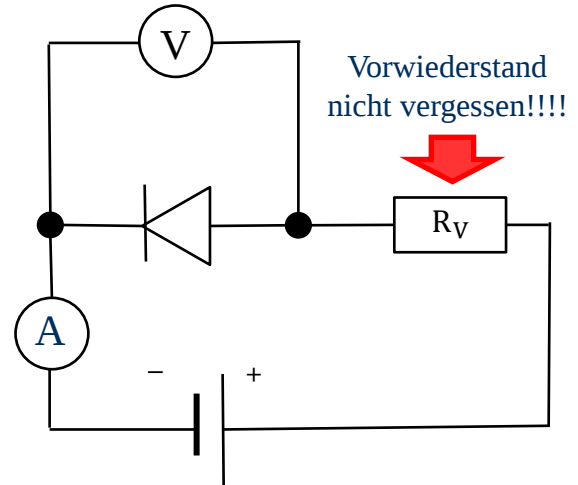
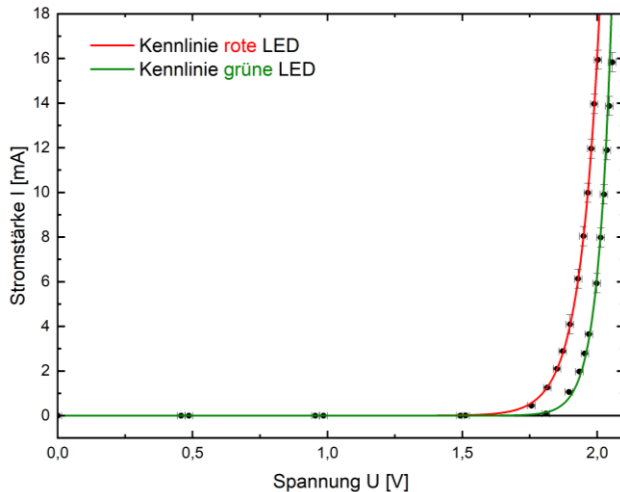
$$R_{x_1} = 776.14 \Omega \pm 71.40 \Omega = (776 \pm 71) \Omega \leftarrow \text{2 signifikante Stellen}$$

Auf signifikante Stellen achten

5. Messaufgabe 3: Nichtlineare Kennlinie

- Spannungsrichtige Messung
- 500 Ohm Vorwiderstand (Strombegrenzung)
- Polarität beachten:

→ Diode in Durchlassrichtung!!!!



=> eingestellte Spannung:

10V, 9V, 8V,..., 4V, 3.5V, 3V, 2.5V,..., 1V

➡ 13 Messpunkte!!!!

5. Messaufgabe 3: Messung nichtlineare Kennlinie

U_E [V]	U_{Diode} [V]	I_{Diode} [mA]
10	2.003	15.94
9	1.989	13.96
8	1.978	11.96
7	1.965	9.98
6	1.949	8.04
5	1.929	6.13
4	1.899	4.09
3.5	1.872	2.881
3	1.851	2.099
2.5	1.815	1.256
2	1.756	0.043
1.5	1.493	0.00005
1	0.985	0.00001

→ Beispiel: graphische Darstellung

