

# 403 – Dünne Linsen und Spiegel

In diesem Versuch untersuchen Sie die Abbildungseigenschaften von einfachen Sammellinsen und Zerstreuungslinsen. Deren wichtigste optische Kenngröße ist die Brennweite  $f$  bzw. Brechkraft  $D = 1/f$ . Es werden die Brennweiten von verschiedenen Sammellinsen und Zerstreuungslinsen sowie von einem Hohlspiegel bestimmt. Dies geschieht mit unterschiedlichen Methoden:

- durch Ausmessen von Gegenstands- und Bildweite und Anwendung der Linsengleichung,
- mittels Autokollimation und
- mit Hilfe des so genannten Bessel-Verfahrens.

Die Ergebnisse werden anschließend untereinander sowie mit den Herstellerangaben verglichen. Die Vor- und Nachteile der einzelnen Messmethoden sind zu betrachten. Setzt man eine Sammellinse als Lupe ein, so beobachtet man ein virtuelles Bild. Hierbei ist die Lupenvergrößerung zu bestimmen.

Informieren Sie sich in Vorbereitung auf den Versuch über die Problematik der Linsenfehler und deren Auswirkung auf die optische Abbildung!

## 1. Aufgaben

- 1.1 Bestimmen Sie die Brennweite von Sammellinsen
  - a) durch Messung von Gegenstands- und Bildweite,
  - b) nach der Methode von Bessel sowie
  - c) nach dem Autokollimationsverfahrenund vergleichen Sie die erhaltenen Resultate miteinander!
- 1.2 Überprüfen Sie die Linsengleichung!
- 1.3 Bestimmen Sie die Brennweite von Zerstreuungslinsen
  - a) nach der Methode von Bessel
  - b) nach dem Autokollimationsverfahrenund vergleichen Sie die erhaltenen Resultate miteinander!
- 1.4 Bestimmen Sie die Brennweite eines Konkavspiegels nach dem Autokollimationsverfahren!
- 1.5 Bestimmen Sie die Vergrößerung einer Lupe (so genannter Linientester)!

## 2. Grundlagen

### Stichworte:

Basiswissen: Optische Abbildung, reelle und virtuelle Bilder, Bildkonstruktion, Linsengleichung, Brechkraft, Dioptrie, Besselsche Methode, Autokollimation

Weiterführend: Hauptebenen, dünne und dicke Linsen, Linsenfehler

Zur besseren Veranschaulichung finden Sie weitere Informationen im Internet z.B. unter:

<http://www.foto-net.de/net/objektive/linsen.html>

<http://www.ubicampus.mh-hannover.de/~physik/vorlesung/kap40/kap40.html>

2.1 Optische Abbildung

Linsen und Spiegel dienen der **optischen Abbildung**. Parallel zur optischen Achse einfallendes Licht wird durch eine **Sammellinse** im Brennpunkt  $F$  vereinigt, der Abstand des Brennpunktes  $F$  von der Hauptebene der Linse ist die Brennweite  $f$  (Bild 1a).

Parallel zur optischen Achse einfallende Strahlen werden durch eine **Zerstreuungslinse** so gebrochen, als kämen sie von einem (auf der Gegenstandsseite liegenden) Brennpunkt  $F_z$ . Auch hier ist der Abstand des Brennpunktes von der Hauptebene der Linse die Brennweite  $f_z$  (Bild 1b).

Die **Hauptebene** der Linse ist dabei diejenige gedachte Ebene, an der die Strahlen – unabhängig von den realen Linsenoberflächen – abknicken.

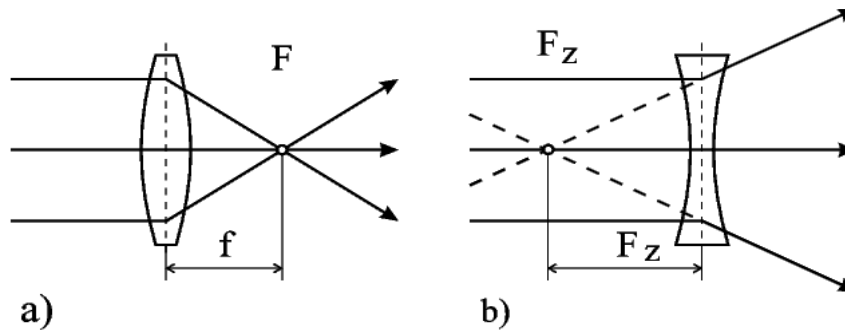


Bild 1: Lichtbrechung an einer Sammellinse (a) und einer Zerstreuungslinse (b).

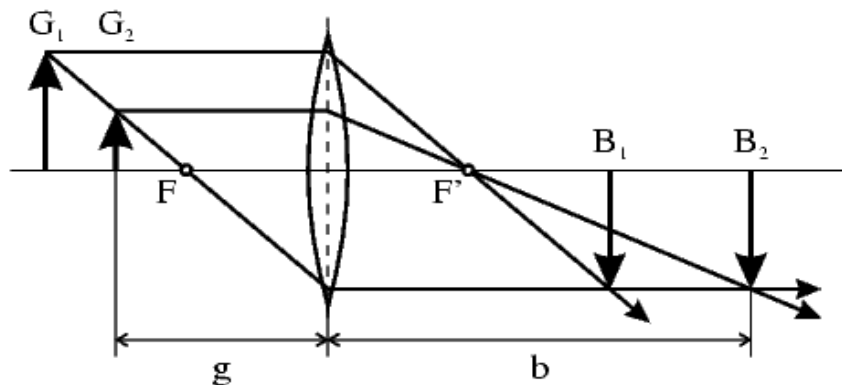


Bild 2: Geometrische Bildkonstruktion eines reellen Bildes bei einer dünnen Sammellinse. Dazu können Parallel-, Mittelpunkt- und Brennpunktstrahl benutzt werden. Zur Abbildungskonstruktion der Gegenstände  $G_1$  und  $G_2$  für die Bilder  $B_1$  und  $B_2$  wurden hier nur Parallel- und Brennpunktstrahlen dargestellt.

$G$  ... Gegenstandsgröße,  $B$  ... Bildgröße,  $g$  ... Gegenstandsweite,  $b$  ... Bildweite,  $F$  und  $F'$  ... Brennpunkt vor und hinter der Linse.

Wir betrachten ein **reelles Bild**. Dieses entsteht auf der vom Gegenstand abgewandten Seite der Sammellinse und könnte prinzipiell auf einem Projektionsschirm aufgefangen werden. Den Zusammenhang zwischen Gegenstandsweite  $g$ , Bildweite  $b$  und Brennweite  $f$  vermittelt die **Linsengleichung**

$$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \quad (1).$$

Sieht man durch die Linse hindurch auf das Bild (das sich jetzt auf der Gegenstandsseite befindet) so spricht man von einem virtuellen Bild. Bei virtuellen Bildern bzw. Brennpunkten sind  $b$  bzw.  $f$  negativ zu zählen.

Setzt man zwei dünne Linsen mit den Brennweiten  $f_1$  und  $f_2$  so zusammen, dass ihr Abstand klein gegen die Brennweite ist, so gilt für die Brennweite  $f$  des Linsensystems

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} \quad (2).$$

## 2.2 Brennweitenbestimmung bei dünnen Linsen

Die Bestimmung der Brennweite erfolgt bei Sammellinsen am einfachsten durch **Messung von Gegenstandsweite  $g$  und Bildweite  $b$** . Das Verfahren hat den Nachteil, dass bei gefassten Linsen die Lage der Hauptebene nicht genau bekannt ist. Bei der **Besselschen Methode** der Brennweitenbestimmung hingegen werden  $g$  und  $b$  indirekt durch genaue messbare Größen ermittelt.

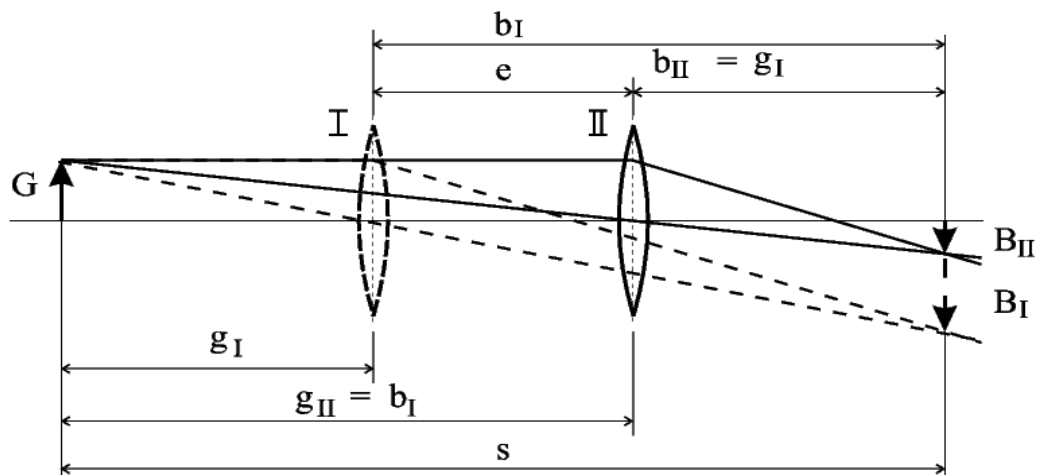


Bild 3: Besselsche Methode der Brennweitenbestimmung: Die zuvermessende Linse steht zuerst an Position I (Linsenstellung für vergrößertes Bild) und danach an Position II (Linsenstellung für verkleinertes Bild), wobei  $e$  der Abstand beider Positionen nach der Verschiebung aus Stellung I nach Stellung II ist. Der Abstand  $s$  zwischen dem Gegenstand  $G$  und dem Schirm mit den Bildern  $B_I$  bzw.  $B_{II}$  bleibt hingegen unverändert.

Man erhält bei festem Abstand  $s$  zwischen Gegenstand und Schirm in zwei symmetrischen Linsenstellungen scharfe reelle Bilder auf dem Schirm. Der Abstand  $s$  zwischen Gegenstand

und Bild muss dabei natürlich größer als die vierfache Brennweite der Linse sein! Die Brennweite lässt sich dann wie folgt berechnen:

$$f = \frac{1}{4} \cdot \left( s - \frac{e^2}{s} \right) \quad (3).$$

Eine weitere Methode zur Bestimmung der Brennweite stellt das **Autokollimationsverfahren** dar. Dabei befindet sich hinter der Linse ein ebener Spiegel, dessen Ebene ungefähr parallel zur Hauptebene der Linse steht.

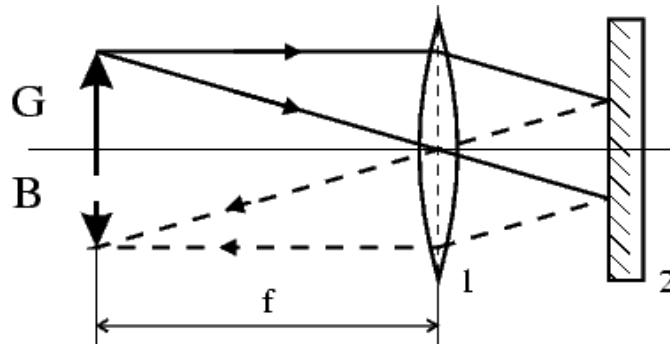


Bild 4: Autokollimationsverfahren (1 ... Linse, 2 ... ebener Spiegel).

Das System aus Linse und Spiegel wird solange verschoben, bis das Bild in der Gegenstandsebene erscheint. Jetzt befindet sich der Gegenstand (z.B. leuchtende Marke) in der Brennweite der Linse. Alle von einem Punkt des Gegenstandes ausgehenden Lichtstrahlen treten daher **parallel aus der Linse** aus, werden reflektiert und treten wieder als **Parallelstrahlen in die Linse** ein. Diese vereinigt die Strahlen wieder zu einem Punkt in der Brennebene.

Bei **Zerstreuungslinsen** ist eine direkte Brennweitenmessung nicht möglich, da die Abbildung hier nur virtuelle Bilder liefert. Man setzt deshalb eine Zerstreuungslinse mit einer bekannten Sammellinse zu einem Linsensystem zusammen, dessen Brennweite nach Gl.(2) bestimmt wird. Wenn die Brennweite der Sammellinse  $f_s$  kleiner als der Betrag der Brennweite der Zerstreuungslinse  $f_z$  ist, so überwiegt die sammelnde Wirkung. Die Brennweite kann nach einer der oben beschriebenen Methoden gemessen werden

$$\frac{1}{f_z} = \frac{1}{f_{s+z}} - \frac{1}{f_s} \quad (4)$$

oder umgeschrieben auf die Brechkraft

$$D_z = D_{s+z} - D_s.$$

## 2.3 Autokollimationsverfahren beim Hohlspiegel

Befindet sich der Gegenstand (leuchtende Marke) im Krümmungsmittelpunkt des Spiegels, so wird dieser umgekehrt und gleich groß abgebildet. Die Brennweite ist dabei gleich dem **halben** Krümmungsradius

$$f = \frac{R}{2} .$$

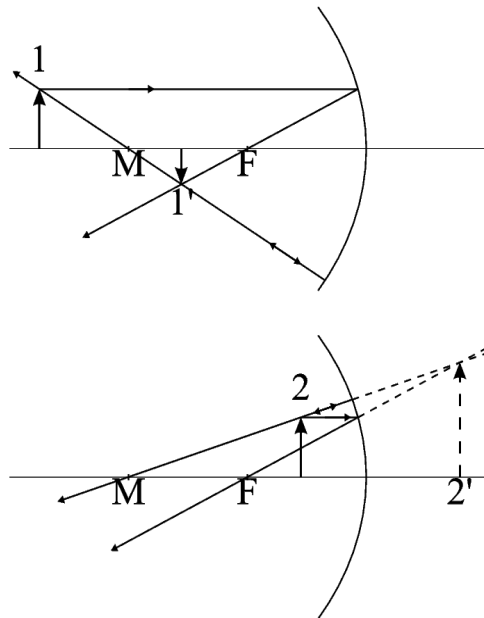


Bild 5: Bildkonstruktion am Hohlspiegel: M ... Krümmungsmittelpunkt, F ... Brennpunkt;  
 Oben: Gegenstand 1 außerhalb der Brennweite mit einem reellen Bild 1'  
 Unten: Gegenstand 2 innerhalb der Brennweite mit einem virtuellen Bild 2'.

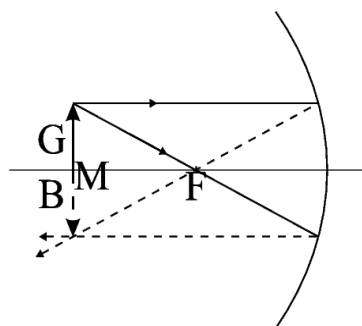


Bild 6: Autokollimationsverfahren beim Hohlspiegel. Gegenstand G und Bild B befinden sich im Abstand der **doppelten** Brennweite ( $2 \cdot f$ ) vom Spiegel entfernt;  
 M ... Krümmungsmittelpunkt, F ... Brennpunkt.

## 2.4 Vergrößerung und Lupe

Befindet sich der Gegenstand **innerhalb der einfachen Brennweite** einer Sammellinse, so kann kein reelles Bild mehr erzeugt werden. Stattdessen kann man durch die Linse hindurchblickend den Gegenstand vergrößert erkennen. Man spricht von einem **virtuellen Bild**. Als Vergrößerung  $V$  ist dabei die Vergrößerung des Schenkels  $\varepsilon$ , unter dem der Gegenstand  $G$  bzw. dessen Bild  $B$  betrachtet werden kann, definiert:

$$V = \frac{\tan \varepsilon_{\text{Bild}}}{\tan \varepsilon_{\text{Gegenst}}} .$$

Entsprechend Bild 7 gilt für die Lupe ( $g_d$  ... deutliche Sehweite):

$$\tan \varepsilon_G = \frac{G}{g_d} \quad \text{und} \quad \tan \varepsilon_B = \frac{B}{b} \quad \text{und} \quad \frac{B}{G} = \frac{b+f}{f} .$$

Steht der Gegenstand in der Lupenbrennweite  $f$ , so sieht man das Bild im Unendlichen und erhält als Vergrößerung

$$V = \frac{g_d}{f} .$$

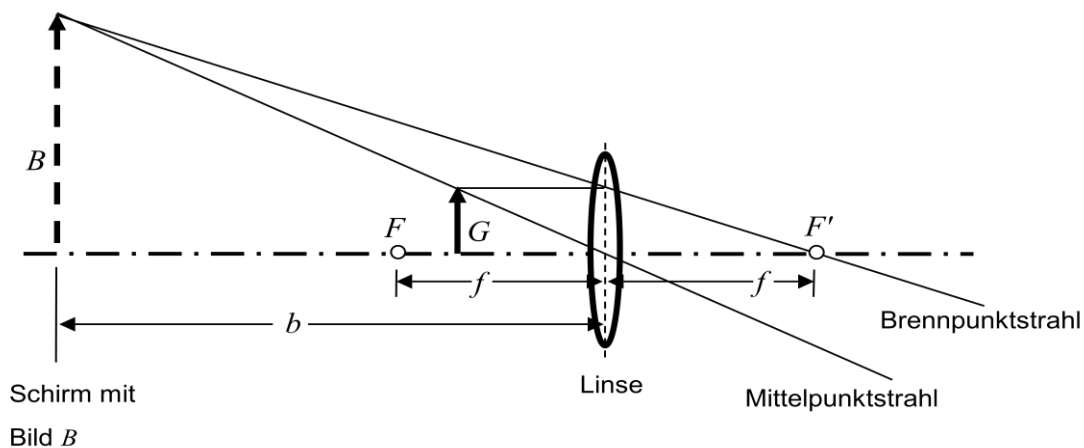


Bild 7: Vergrößerung einer Lupe, Konstruktion eines virtuellen Bildes ( $G$  ... Gegenstand,  $B$  ... Bild,  $F$  und  $F'$  ... Brennpunkte,  $f$  ... Brennweite,  $b$  ... Bildweite).

## 3. Versuchsdurchführung

Zur Durchführung der Aufgaben 1.1 bis 1.4 stehen Ihnen eine optische Bank mit fest angebrachtem Maßstab, beleuchtetem Gegenstand (Pfeil-Blende), Abbildungsschirm, Plan- und Hohlspiegel sowie Linsenhalterungen zur Verfügung.

Die zu vermessenden Linsen werden vom Assistenten ausgegeben.

- 3.1 Die Aufgaben b) und c) unter 1.1 werden so, wie in Abschnitt 2 (Brennweitenbestimmung dünner Linsen) beschrieben, durchgeführt. Aufgabe 1.1a) kann als Teil von 1.2. betrachtet werden.

- 3.2 Zur Überprüfung der Linsengleichung messen Sie an einer Sammellinse für mindestens acht verschiedene Gegenstandsweiten  $g$  die zugehörigen Bildweiten  $b$  und tragen anschließend  $1/b$  über  $1/g$  auf. Dabei muss sich eine Gerade mit dem Anstieg  $m = -1$  ergeben. Die Schnittpunkte der Geraden mit den Achsen liegen bei  $1/f$ . Notieren Sie sich auch den Fehler des berechneten Geradenanstiegs!
- 3.3 Für Aufgabe 1.3 setzen Sie jeweils die Zerstreuungslinse mit einer geeigneten Sammellinse, deren Brennweite Sie vorher bestimmt haben, zu einem Linsensystem zusammen und bestimmen dessen Brennweite. Durch Umstellen von Gl.(4) nach  $f_Z$  erhalten Sie dann die Brennweite der Zerstreuungslinse. Sinnvollerweise kann man an dieser Stelle auch gleich mit dem Kehrwert der Brennweite (Breckkraft in Dioptrien) rechnen.
- 3.4 Die Durchführung von Aufgabe 1.4 erfolgt wie in Abschnitt 2 (Autokollimationsverfahren beim Hohlspiegel) beschrieben.

Stellen Sie abschließend die Ergebnisse von 3.1 bis 3.4 in Form einer Tabelle dar und vergleichen Sie die durch verschiedene Methoden gewonnenen Brennweiten untereinander sowie mit den Angaben auf den Linsen. Für jedes Verfahren muss vorher in geeigneter Weise die erreichte Messgenauigkeit ermittelt werden.

### 3.5 Hinweise zur Genauigkeitsabschätzung

In die Messgenauigkeit fließen bei diesem Experiment zwei Größen ein: die Ablesegenauigkeit der Skala und die Fähigkeit, mit dem Auge das Bild möglichst exakt scharf einzustellen. In den meisten Fällen wird das Scharfstellen das Hauptproblem sein. Die einfachste Möglichkeit, gute Resultate zu erzielen und gleichzeitig eine realistische Vorstellung von der Messgenauigkeit zu bekommen ist, jede Einstellung und Messung mehrmals durchzuführen und dann den Mittelwert zu bilden. Die Streuung der Einzelwerte um den Mittelwert ist die Messgenauigkeit (zufälliger Fehler).

Um den Aufwand in Grenzen zu halten, sind z.B. fünf Wiederholungen eine sinnvolle Vorgabe. Werden dabei große Ausreißer beobachtet, sollte man noch ein paar zusätzliche Werte aufnehmen und die Ausreißer dann bei der Auswertung nicht berücksichtigen.

Zur Bestimmung von Mittelwert, Standardabweichung usw. gibt es Statistikprogramme, deren Verwendung aber hier aufgrund der geringen Zahl von Messwerten ausdrücklich nicht empfohlen wird (Streuung selber abschätzen!).

Beim *Autokollimationsverfahren* hat man dann bereits den Fehler der Brennweite.

Für die *Besselmethode* wird empfohlen, den Fehler von  $f$  durch (richtiges) Einsetzen der Maximal- und Minimalwerte von  $e$  und  $s$  zu ermitteln (vgl. „Fehlerechnung leicht gemacht“ auf der Praktikums-Homepage:  $\Rightarrow$  Mess(un)genauigkeit-Fehlerrechnung). Partielle Ableitungen o.ä. sind nicht nötig.

Da die Messung von *Gegenstands- und Bildweite* in Aufg. 1.2 mehrmals durchgeführt wird, kann hier eine statistische Auswertung erfolgen, d.h. Ausgleichsgerade durch die Messpunkte legen, Achsenschnittpunkt  $1/f$  ermitteln und dessen Fehler  $\Delta(1/f)$  abschätzen (alles per Hand auf Millimeterpapier oder mit Rechner).

Die relativen (prozentualen) Fehler von Brennweite  $f$  und Brechkraft  $D = 1/f$  sind gleich.

Wenn man beim Ausmessen der *Zerstreuungslinse* gleich in Dioptrien rechnet, so kann man wegen  $D_Z = D_{S+Z} - D_S$  die Absolutfehler in dpt addieren, also  $\Delta D_Z = \Delta D_{S+Z} + \Delta D_S$ .

Es geht hier darum, mit möglichst wenig Aufwand ein realistisches Bild der erreichbaren Messgenauigkeit (zufällige Fehler) zu erhalten. Da die Ergebnisse bereits bekannt sind (Brechkraft  $D$  in dpt steht auf den Linsen), kann durch den Vergleich der Ergebnisse mit den zu erwartenden Werten sofort auf mögliche systematische Effekte/Fehler geschlossen werden. Liegt der aufgedruckte Wert innerhalb des Fehlerintervalls, so wurde er durch unseren Versuch bestätigt. Ein systematischer Fehler ist in diesem Fall nicht zu vermuten. Liegt er außerhalb, dann muss über systematische Fehler nachgedacht werden (vorher grobe Fehler / Rechenfehler ausschließen). In dieser Richtung soll auch die Ergebnisdiskussion geführt werden.

- 3.6 Zur Bestimmung der Lupenvergrößerung benutzen Sie eine Fadenzählerlupe. Betrachten Sie Millimeterpapier durch die Lupe. Markieren Sie einen durch die Lupe betrachteten Skalenabschnitt außerhalb der Lupe auf dem Millimeterpapier (Bild 8). Vergleichen Sie anschließend diesen markierten Abschnitt mit der wahren Skalenlänge!

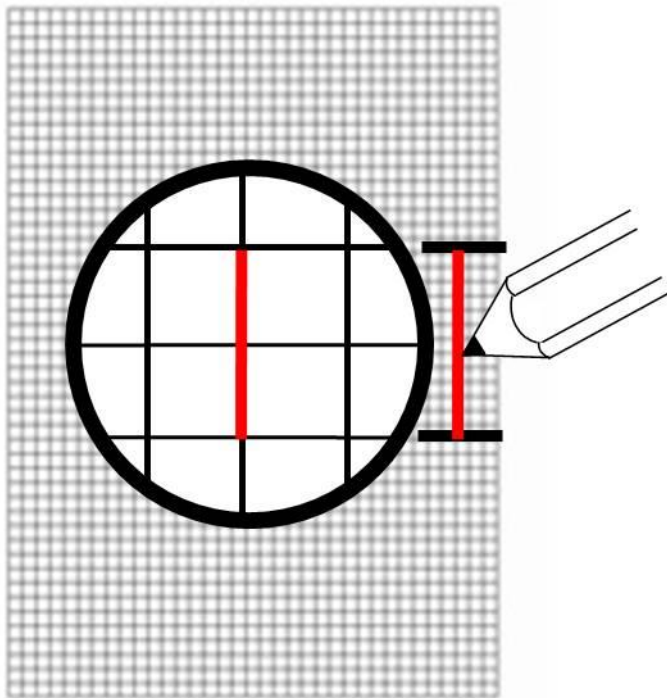


Bild 8: Durch die Lupe betrachtetes Bild eines Skalenabschnitts auf Millimeterpapier. Mit einem Stift wird die virtuelle Länge zum Vergleich abgetragen.

#### Literatur:

siehe Link: [http://www.uni-jena.de/Literatur\\_p\\_131600.html](http://www.uni-jena.de/Literatur_p_131600.html)